Lilian Akemi Kato
Bárbara Cândido Braz
Flavia Pollyany Teodoro
Michele Carvalho de Barros
Wellington Piveta Oliveira
Organizadores

CONVERSAS COM QUEM GOSTA DE MODELAGEM MATEMÁTICA

Texto e Contexto
EDITORA

PCM
CAPES

Lilian Akemi Kato
Bárbara Cândido Braz
Flavia Pollyany Teodoro
Michele Carvalho de Barros
Wellington Piveta Oliveira
Organizadores

CONVERSAS COM QUEM GOSTA DE MODELAGEM MATEMÁTICA

Texto e Contexto
EDITORA

EXPEDIENTE:
Revisão: Rosenéia Hauer
Capa: Dyego Marçal
Projeto gráfico e diagramação: Texto e Contexto Editora

C766 Conversas com quem gosta de modelagem matemática / [livro eletrônico]/ Lilian Akemi Kato et al. Ponta Grossa: Texto e Contexto, 2022.
240 p.; il.; e-book PDF Interativo
DOI: 10.54176/DFIK9136
ISBN: 978-65-88461-88-4

1. Matemática - ensino. 2. Modelagem matemática.
I. Kato, Lilian Akemi et al. II. T.

CDD: 511.8

Ficha Catalográfica Elaborada por Maria Luzia F. B. dos Santos CRB 9/986

O conteúdo dos textos que compõe este livro é de responsabilidade dos autores. As transcrições de fala estão reproduzidas de acordo com os áudios originais, respeitando a ordem linguística.

SUMÁRIO

Prefácio

A ideia de olhar para a interlocução entre matemática e realidade nos contextos educacionais tem seus primeiros registros nos idos anos da década de 1900 com o matemático Eliakim Hastings Moore, apresentando suas argumentações principalmente para matemáticos americanos. Algumas décadas depois Hans Freudenthal na Holanda e Felix Klein na Alemanha enfatizaram a importância de considerar que a matematização da realidade poderia ter um impacto positivo sobre o ensino e, de forma mais imponente, sobre a aprendizagem. Freudenthal, particularmente, afirmava que aprender matemática significa conquistar a atitude para um comportamento matemático.

Neste cenário, a modelagem matemática, entendida como abordagem de uma situação da realidade por meio da matemática, já veiculada na área de Matemática Aplicada, chegou como *luz* no universo da Educação Matemática para indicar um possível olhar sobre o enfrentamento de um aparente insucesso de muitos estudantes relativamente à aprendizagem da matemática. No contexto brasileiro, à época, Ubiratan D'Ambrosio iluminava precursores da modelagem no Brasil, como é o caso de Rodney Bassanezi e João Frederico de Azevedo Meyer.

No Brasil, a partir da década de 1970, publicações na área de Educação Matemática passam a sinalizar a inserção da modelagem em aulas de matemática, fazendo da possibilidade de abarcar situações da realidade pela modelagem um meio de fomentar o interesse dos alunos e, sobretudo, a sua aprendizagem.

Do princípio de que problemas em situações da realidade podem ser abordados de forma eficaz por meio da matemática e de que, entretanto, os estudantes precisam ser incentivados mediante ações educacionais a progredirem nessas abordagens, a modelagem matemática bem como o ensino e a aprendizagem por ela mediados, se tornaram objeto de discussão.

No decorrer das últimas décadas, portanto, por um lado, a teorização sobre modelagem vem desafiando e movendo pesquisadores e professores. De fato, reconhecer que a modelagem matemática precisa incluir matemática, realidade, um processo investigativo e uma análise interpretativa é relevante para que seu uso, suas finalidades e seu potencial na sala de aula possa ser explorado. Por outro lado, a introdução da modelagem matemática na sala de aula também não se desvincula dos processos formativos de professores visando promover a eles meios para enfrentar as demandas que atividades desse tipo oferecem.

Posto este preâmbulo sobre a modelagem matemática, me volto a este livro de modelagem matemática escrito no ano de 2022. É uma honra prefaciar *Conversas com quem gosta de modelagem matemática*! Eu sou uma das pessoas a quem esse livro propõe uma *conversa*, pois eu gosto de modelagem matemática!

Assim como os diferentes nomes a que me referi nas linhas anteriores, os autores dos quinze capítulos também trazem a público um empreendimento de nos assegurar que é possível ensinar e aprender matemática de um outro jeito! Do jeito que a modelagem matemática ilustrada nas atividades apresentadas no livro sugere.

Percorrendo a formação matemática esperada desde os anos iniciais até o ensino superior, cada capítulo se dedica a uma atividade de modelagem e bem esclarece o que dela se pode esperar na aula de matemática. Com uma linguagem que muitas vezes se vale de metáforas que são propulsoras de interesse do leitor, vão se descortinando problemáticas, as vezes do cotidiano dos estudantes, outras vezes não vinculadas a uma situação que fisicamente está próxima do estudante, mas com temas que lhe são acessíveis, vão se elucidando encaminhamentos a que uma aula com modelagem matemática pode conduzir.

Neste sentido, o livro muito bem esclarece que para a modelagem matemática não há restrições de nível de escolaridade. Os exemplos e as discussões nos diferentes capítulos, ilustram que, nas diferentes fases da educação básica ou em diferentes cursos no ensino superior, a modelagem matemática é fonte de processos de investigação e de significação consoantes às possibilidades dos estudantes.

Trazendo à baila também o papel social, cultural e político da matemática, alguns capítulos proporcionam a satisfação de ver progressos dos estudantes e de perceber como a aula de matemática pode prover uma leitura do mundo, exatamente nos termos do que já vislumbrava Galileu Galilei (1564-1642) ao afirmar que o universo é escrito em linguagem matemática, apresentada neste livro, entretanto, com o olhar que o mundo contemporâneo nos requer.

Por um lado, o livro muito bem se dirige a quem já está convencido de que a modelagem é um caminho para aprender matemática e compreender o papel da matemática na sociedade, por outro lado, também oferece inspiração e informação para quem ainda busca águas para um mergulho neste oceano!

Não posso concluir de outra forma que não expressando o meu reconhecimento e minhas felicitações aos integrantes do GIEMEM - Grupo Interdisciplinar de Estudos em Modelagem na Educação Matemática da Universidade Estadual de Maringá pela obra.

Parabenizo o GIEMEM pelo livro com a frase atribuída a Platão: "Livros dão alma ao universo, asas para a mente, voo para a imaginação e vida a tudo".

Lourdes Maria Werle de Almeida
Novembro de 2022

1

ERA UMA VEZ UM GIGANTE ...

Ana Caroline Zampirolli[1]
Lilian Akemi Kato [2]
https://doi.org/10.54176/DPOS1633

CONSIDERAÇÕES INICIAIS

A contação de histórias, a elaboração de desenhos, o espaço para imaginação e o brincar ao mesmo tempo que aprende são alguns dos aspectos que fazem parte do dia a dia das crianças e que devem ser valorizados quando se desenvolve atividades com Modelagem Matemática na Educação Infantil.

A Educação Infantil é uma etapa obrigatória da Educação Básica para crianças a partir dos 4 anos de idade, que visa o desenvolvimento integral das crianças, envolvendo suas características físicas, psicológicas, intelectuais e sociais. Os documentos orientadores desse nível de ensino, como a Base Nacional Comum Curricular, BNCC (BRASIL, 2018) documento nacional, e ainda os currículos próprios de cada município orientam que os conceitos a serem trabalhados, em especial a Matemática, devem estar relacionados com os saberes extra escolares das crianças, e que tratem sobre as particularidades que estão presentes no seu dia a dia, para que assim construam os novos saberes baseados naquilo que já conhecem, por meio de orientações do professor e interação com seus colegas.

1. Universidade Estadual de Maringá – Doutoranda do PCM.
2. Universidade Estadual de Maringá – Departamento de Matemática.

Essas orientações vão ao encontro das propostas para o trabalho com Modelagem Matemática em sala de aula, conforme Tortola (2016) que entende que ao desenvolver atividades desse tipo, realizamos uma investigação e interpretação de problemas que estão relacionado ao cotidiano das crianças. Além disso, Zanella (2016) trata sobre a importância do problema proposto ser de interesse das crianças para que elas se sintam motivadas a participar da atividade e busquem soluções para o problema a ser resolvido.

Nesse sentido, apresentamos uma atividade com Modelagem Matemática desenvolvida com crianças entre 4 anos e 5 anos e 11 meses, em uma escola pública do município de Maringá - PR, em que as crianças responderam as seguintes questões: "Qual o tamanho de um anão? E de um gigante?".

Nessa atividade, a primeira autora do texto atuou como professora|pesquisadora e teve o apoio da professora regente da turma no desenvolvimento de toda a atividade. Assumimos a concepção de Modelagem Matemática proposta por Biembengut (2019), que afirma que a Modelagem Matemática pode propiciar as crianças a compreensão de uma situação em seu contexto geral; o conhecimento referente aos conceitos e linguagens matemáticas e de outras áreas que as permitam interpretar essa situação; a interpretação dos resultados obtidos e ainda a compreensão de que os conteúdos vistos, na escola, estão presentes em seu cotidiano. As crianças realizaram a atividade ao mesmo tempo em que trabalharam com os conteúdos propostos para seu o nível de ensino.

Para o desenvolvimento da atividade, destacamos a importância de se considerar as particularidades da Educação Infantil, como a contação de histórias e a elaboração de desenhos, que fazem parte do cotidiano das crianças e que foram fundamentais desde o primeiro contato com a atividade, até a finalização, na qual, por meio de seus desenhos representaram o que compreenderam no dia, elucidando os conceitos que foram trabalhados no decorrer da atividade.

Por meio da contação de histórias, iniciamos a atividade, inserindo o tema que seria investigado, haja vista que a história era sobre anões e gigantes e a atividade visava determinar qual o tamanho deles. Durante a contação da história, as crianças já demonstraram interesse em participar da atividade, envolvendo-se com o enredo. Ao finalizar a contação, elas expressaram suas ideias, conversaram com os colegas e com a professora sobre a história e alguns outros aspectos que foram abordados no decorrer da descrição da atividade.

Além disso, salientamos o papel dos desenhos, que retrataram os modelos elaborados pelas crianças, a fim de responderem a questão proposta. Para além dos modelos, ao final da atividade cada criança individualmente representou o que aprendeu no dia por meio de desenhos que ilustraram conceitos matemáticos e não matemáticos.

É válido ressaltar que os modelos matemáticos elaborados pelos participantes em atividades de Modelagem Matemática dependem do nível em que estão inseridos. Em nosso caso, na Educação Infantil, as crianças elaboraram seus modelos com base nos conceitos matemáticos que dominavam, por meio de desenhos. Além disso os gestos e falas das crianças também expressaram o que foi compreendido no decorrer da atividade e auxiliaram na elaboração dos modelos.

A seguir, apresentamos o desenvolvimento de nossa atividade.

QUAL O TAMANHO DO GIGANTE?

A atividade intitulada “Anões e gigantes” foi elaborada pensando em propiciar às crianças discussões a respeito dos conceitos matemáticos de comparação, que envolvesse as ideias de grande e pequeno, maior e menor, alto e baixo, além dos instrumentos de medidas convencionais e não convencionais que podem ser utilizados para as estimativas de comparação.

Além disso, surgiram outros conceitos para além da Matemática, também propostos pelo currículo para este nível escolar, que como apontam Scheller e Bonotto (2017, p. 2), nos anos iniciais da escolarização e em especial na Educação Infantil, o espaço de ensino e de aprendizagem "é propício para o desenvolvimento de um trabalho interdisciplinar uma vez que o professor titular da turma tem a incumbência de atuar no processo de ensino e de aprendizagem da maior parte dos componentes curriculares". Na Educação Infantil existe um ambiente interdisciplinar, em que a polivalência do professor possibilita trabalhar as disciplinas de forma integrada e, como afirma Biembengut (2019, p. 54-55):

> Se as diversas disciplinas do programa forem aprendidas de forma integrada, além de facilitar a compreensão de um fato não conhecido, que a assimile ou a reduza a fatos que já são familiares, as crianças têm melhores possibilidades de identificar aquilo de que mais gostam e querem aprender, em especial, nas fases posteriores de ensino.

No desenvolvimento da atividade destacamos o desenvolvimento do conteúdo estruturante acerca do corpo em movimento, em que se discutiu as partes do corpo, comparando-os em tamanho, posição etc. Além disso, em relação à Matemática, surgiram os conceitos de comparação e instrumentos de medida (convencionais e não convencionais) e todos os conceitos trabalhados foram expressos em linguagem verbal e não verbal pelas crianças.

O objetivo da atividade era que as crianças determinassem e diferenciassem o tamanho de um anão e de um gigante, segundo suas estimativas. No primeiro contato com as crianças, dando início à atividade, tivemos uma conversa com elas, questionando-as se todas eram do mesmo tamanho, se a professora tinha o mesmo tamanho que elas, e se elas conheciam pessoas com tamanhos muito maiores ou muito menores do que os seus. No diálogo a seguir observamos que as crianças demonstraram algumas compreensões sobre o que foi questionado.

> **Professora|pesquisadora:** Eu queria perguntar pra vocês se todo mundo aqui na sala é do mesmo tamanho.
>
> **Monica[3]:** Não.
>
> **Professora|pesquisadora:** Não? Por quê? São diferentes?
>
> **Douglas:** Tem mais alto.
>
> **André:** Maior.
>
> **Monica:** Grande.
>
> **Professora|pesquisadora:** Isso. Tem vários tamanhos. A professora é maior ou menor que vocês?
>
> **Douglas:** Maior.
>
> **Professora|pesquisadora:** Isso. Maior.
>
> **Douglas:** Gigante.
>
> **Professora|pesquisadora:** Gigante? Hoje a professora vai contar uma história de uns personagens que tem uns tamanhos bem diferentes, tá bom?

Para prosseguir a atividade, após essa discussão inicial sobre o tamanho das pessoas, explicamos que contaríamos uma história que envolvia personagens com os tamanhos bem diferentes. Então, contamos a história "Os Anõezinhos e o gigante"[4], que está descrita no Quadro 1, a seguir.

Quadro 1: História "Os anõezinhos e o gigante"

Era uma vez uma grande família de anõezinhos que vivia no interior de uma enorme caverna. Mas não era uma caverna sombria, não era escura e nem fria, era uma caverna brilhante, cheia de pedras preciosas, e diamantes e esses anõezinhos viviam trabalhando embaixo da terra, deixando sua caverna ainda mais bela. luz do sol e os anõezinhos não podiam cultivá-las na caverna iluminada apenas por velas e pelo brilho das pedras…	Mas a fome falava mais alto, e os anõezinhos são corajosos e fortes… resolveram subir e enfrentar o monstro horroroso. Lá se foram os anõezinhos subindo com seus passinhos bem assim: "Bim, bim, bim." Bim, bim, bim" Quando ouviram o som do monstro assustador: "Bam, bam, bam." Os anõezinhos quase saíram correndo, mas o corajoso Dundum falou: -Fiquem anõezinhos, temos que pegar nosso cesto de comida, vamos enfrentar o

3. Os nomes utilizados são fictícios.

4. Disponível em: https://jardimdehistorias.com/2016/06/13/os-anoezinhos-e-o-gigante/

continuação

Era um trabalho tranquilo e assim, sem problemas, todos os anõezinhos se dividiam ficando um cada dia com esse ofício. Um dia estava indo o anão Benrur com seus passinhos pequenininhos:

“Bim, bim, bim.”

Quando ouviu um barulho bem alto:

“Bam, bam, bam.”

O anãozinho tomou um baita susto, largou no chão seu cesto já cheio de frutos e voltou pra caverna correndo aos pulos: -Socorro! Socorro! Tem lá fora um monstro horroroso!

-Do que está falando? Cadê nossa comida? – disse desconfiado o anãozinho Caete. E o Benrur respondeu:

-Eu estava lá em cima caminhando bem assim:”Bim, bim bim”. Quando ouvi o monstro pisando forte: “Bam, bam, bam!” Não acredita? Pois vai lá ver.

E lá se foi Caete, pra fora da caverna, lá pra cima. Saiu com seus passinhos pequeninhos:

“Bim, bim, bim.”

Chegou até o cesto e estava pronto para voltar quando ouviu um barulho bem alto: “Bam, bam, bam!”

O anãozinho ficou tão assustado, voltou para a

caverna correndo e gritando, aos saltos:

-Socorro, socorro! Um monstro!

- Como assim? – quiseram saber os outros.

E Caete explicou:

-Eu estava lá em cima caminhando bem assim: “Bim, bim bim”. Quando ouvi o monstro pisando forte: “Bam, bam, bam!” Ah! Que má sorte, vamos morrer de fome.

Começou uma grande confusão, alguns queriam fugir para longe dali, outros se esconder no fundo mais profundo da caverna..

monstro horroroso. E como os anõezinhos são fortes e corajosos foram em direção ao som assustador com seus passinhos assim: “Bim, bim, bim.” E logo ouviram mais perto o som do monstro horroroso: “Bam, bam, bam”. Os anõezinhos quase correram de novo. Mas Dundum lembrou do cesto de comida. Das frutas legumes e cereais que deveriam estar bem gostosos. E eles como eram fortes e corajosos, resolveram enfrentar o monstro horroroso. E lá se foram com seus passinhos que faziam assim: “Bim, bim, bim.”

Ouviram o barulho horroroso vindo ao seu encontro: “Bam, bam, bam.”

Deram de cara com o monstro. Era um gigante, enorme, mas não era horroroso, era até bem jeitoso, tinha cara de ser bondoso, o que de fato era. E o gigante trazia para os anõezinhos uma enorme cesta cheia das mais deliciosas comidas. É que o gigante se sentia muito sozinho. Morava na montanha ao lado dos anõezinhos e sempre ouvia o barulho dos seus passinhos e pensava consigo: “Será que se eu for até lá não consigo fazer amigos?” Mas os passos eram tão baixinhos que o gigante tinha medo de ir até lá e assustar os anõezinhos. Mas aquele dia tinha tomado coragem. E os anõezinhos estavam com tanta fome que quando viram o grande cesto cheio de deliciosos alimentos, esqueceram dos seus medos e juntos com o gigante fizeram um grande piquenique. Estavam todos tão felizes que depois de comer foram juntos dançar, em roda a girar:

“Bim, bim bim. Bam, bam bam. Quem caminha com pequenos passinhos? Somos os anõezinhos e andamos assim: Bim, bim bim. Bam, bam, bam. Bim, bim, bim. Quem conosco vem girar? Sou o gigante Firamfar, faço muito barulho pra caminhar, assusto quem escutar: Bam, bam, bam”.

Fonte: https://jardimdehistorias.com/2016/06/13/os-anoezinhos-e-o-gigante/

De acordo com Mateus *et al.* (2009), alguns pontos precisam ser levados em consideração ao contar histórias, como: dar vida às histórias, preocupar-se com a entonação de voz e a postura do corpo; buscar variedades de frases para começar e terminar um conto; utilizar acessórios e utensílios que prendam a atenção das crianças no que está sendo feito; preparar o ambiente, considerar as idades, falar com clareza, começar e finalizar as histórias; e realizar uma avaliação de todo o processo, conversando com as crianças sobre o que fala a história, o que mais gostaram, etc.

Em nossa contação, seguimos essas orientações como uma forma de convidar as crianças para participarem das demais situações que havíamos planejado, com a intenção de que esse momento fosse interessante e envolvente para elas. Fizemos nossa contação com auxílio de uma maquete, com os personagens em palitinhos. A Figura 1 ilustra a maquete e os personagens utilizados.

Figura 1: Maquete e personagens utilizados para contação

Fonte: elaborado pelas autoras.

Ao fim da contação, solicitamos que as crianças comentassem sobre o que mais gostaram, o que lhes chamou mais atenção, e questionamos se existiam anões e gigantes na vida real, se eles eram grandes ou pequenos. Algumas crianças afirmaram que existem anões e gigantes na vida real e outras disseram que não, então as deixamos conversando um pouco sobre isso, a fim de que elas compartilhassem suas experiências e pudessem justificar para os demais colegas o que pensavam. Por fim, as questionamos: "qual o tamanho de um anão? E de um gigante?".

De imediato e espontaneamente as crianças responderam que os anões eram pequenos e os gigantes eram grandes. Ao responderem, elas fizeram gestos que representavam o tamanho pequeno e o tamanho grande. As Figuras 2 e 3 exemplificam alguns dos gestos realizados pelas crianças.

Figura 2:
Criança fazendo o gesto que representava o tamanho do anão

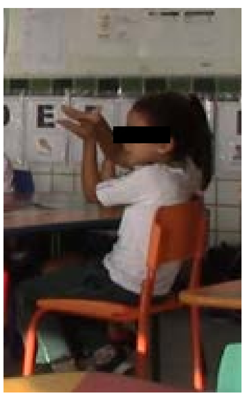


Figura 3:
Criança fazendo o gesto que representava o tamanho do gigante

Fonte: Gravações em vídeo.

Nessa atividade, os gestos e falas das crianças permitiram que reconhecessemos suas compreensões sobre o conceito de comparação entre os tamanhos de gigantes e de anões. O diálogo apresentado a seguir ilustra a discussão em que as crianças afirmaram o tamanho do gigante como grande e do anão como pequeno.

Professora | pesquisadora: (...) os anões são grandes ou pequenos?

Fernanda: Pequenos!

Professora | pesquisadora: E os gigantes?

Amanda: Grandão!

Professora | pesquisadora: Isso mesmo, grandões! (...) Então, hoje o que a gente vai fazer.. cada um de vocês, nos grupos, vão fazer um anão e um gigante! Primeiro, a gente vai fazer um anão! O anão é grande ou pequeno?

Amanda: Pequeno...

Professora | pesquisadora: Então, a professora vai dar um papel pra vocês, e vocês juntos vão fazer um anão, ta?

Na sequência, eles deveriam elaborar seus modelos diferenciando os tamanhos do anão e do gigante. No dia a dia na sala de aula, as crianças ficavam sentadas em mesinhas com cinco cadeiras, logo, explicamos a elas que cada mesinha seria um grupo e a atividade seria desenvolvida nesses grupos. Solicitamos que elas desenhassem em um papel craft um anão e um gigante, de acordo com o tamanho que elas acreditavam que eles teriam. Orientamos que primeiro fizessem o anão e apresentassem para a sala e depois desenhassem e apresentassem o gigante.

Para orientá-las na elaboração de seus gigantes e anões, antes de começarem a desenhá-los, discutimos sobre as partes do corpo que cada um possui. O diálogo a seguir ilustra essa discussão, em que elucidamos as partes em comum que o anão e o gigante possuíam, além de questioná-las sobre as quantidades de cada parte do corpo.

Professora | pesquisadora: O que a gente precisa desenhar no anão? Quais são as partes do corpo dele?

Arthur: A cabeça.

Professora | pesquisadora: Isso. Uma cabeça.

Gustavo: O corpo!

Professora | pesquisadora: Isso. O que mais que o anão tem?

Arthur: Um chapéu!

Professora | pesquisadora: Podem desenhar um chapéu, se o grupo de vocês quiserem, está bom? Mas olha, aqui fizemos o pescoço, o que está faltando? (...) porque o anão é uma pessoa, não é? E como é o corpo das pessoas?

Arthur: Corpo.

Gustavo: Um braço, a mãozinha.

Douglas: Mas falta o outro braço, prof.

Professora|pesquisadora: O outro braço! O que está faltando?

Monica: A barriga!

Arthur: O corpo

Professora|pesquisadora: Isso. Aqui, a barriga... O que mais?

Monica: A calça!

Professora|pesquisadora: A perna... Quantas pernas que as pessoas têm?

Monica: Duas.

Professora|pesquisadora: Isso. Duas.. Então a gente tem que desenhar duas pernas no anão.. E quantos pés?

Monica: Dois.

Professora|pesquisadora: Isso. Então vamos desenhar dois pés.

Monica: Tá.

Professora|pesquisadora: Está faltando alguma coisa?

Fernanda: A roupa.

Monica: O rosto.

Professora|pesquisadora: Vamos desenhar o rosto.. Quantos olhos as pessoas tem?

Monica: Dois!

Professora|pesquisadora: E sobrancelha, quantas a gente tem?

Fernanda: Uma, duas.. Duas também!

Professora|pesquisadora: O que mais falta?

Arthur: Boca.

Monica: O cabelo.

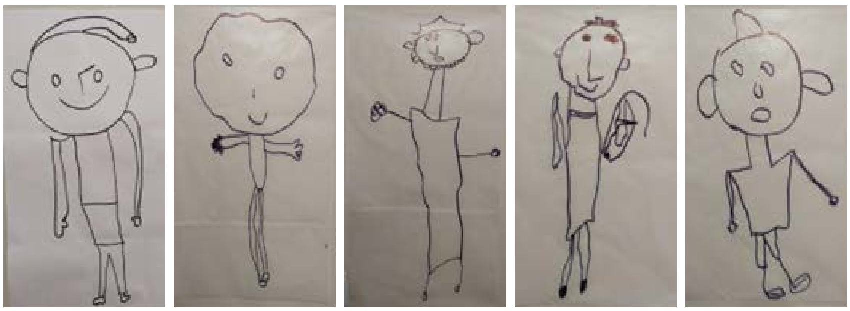
Professora|pesquisadora: Vamos fazer a boca aqui (...)

Durante a realização dos desenhos, a professora|pesquisadora e a professora regente da turma auxiliaram as crianças esclarecendo as dúvidas que surgiram a respeito do que cada integrante do grupo poderia fazer, como poderiam se ajudar etc. No Quadro

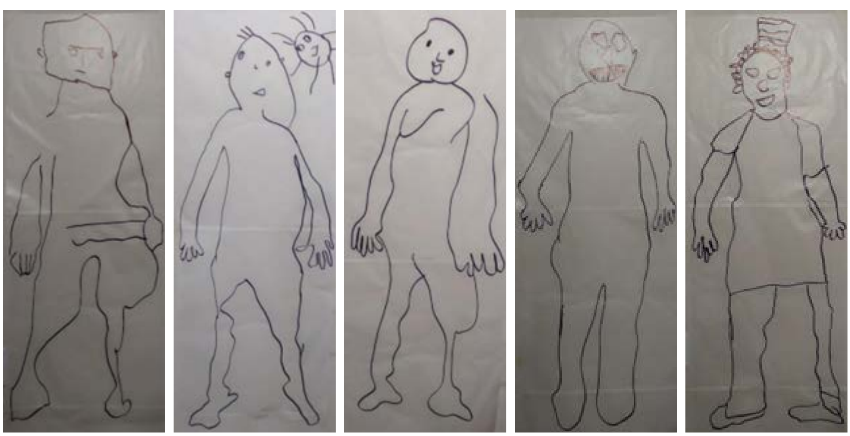
2, apresentamos os anões e gigantes desenhados pelas crianças, em seus grupos.

Quadro 2: Anões e gigantes desenhados pela turma

Anões



Gigantes



Fonte: Elaborado pelas crianças.

Depois que todos os grupos expuseram seus modelos de anões e de gigantes, justificando suas escolhas, juntos, turma e a professora elaboraram um modelo de anão e de gigante, também em papel craft. O objetivo da construção desse modelo único era de medirmos e explorarmos com as crianças sobre o tamanho dos dois modelos com a régua e com o palmo. As Figuras 4 e 5 a seguir apresentam o anão e o gigante construídos coletivamente pela turma.

Nessa medição, alguns conceitos matemáticos podem ser apropriados: a noção de proporcionalidade, comparação, medida e a necessidade de um referencial para destacar o tamanho de um e de outro, por exemplo, quantas réguas ou palmos cabem no gigante e no anão e assim discutir sobre o tamanho de ambos.

Figura 4:
Anão construído com a turma.

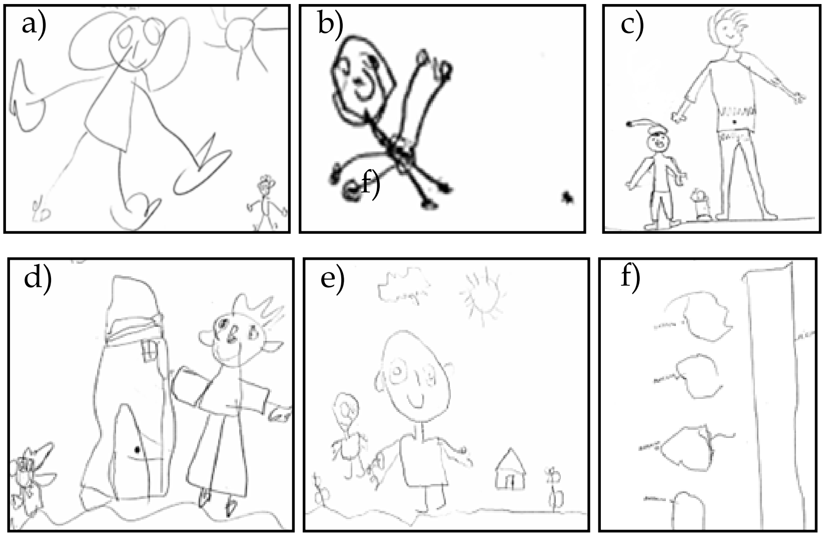
Figura 5:
Gigante construído com a turma.

Fonte: Elaborado pelas crianças.

Ao final da atividade, pedimos que cada criança fizesse, individualmente, um desenho sobre o que haviam aprendido no dia, visto que os desenhos feitos pelas crianças são representações daquilo que compreenderam. Por meio dos desenhos elas representam os conceitos e as relações apreendidas no dia. Como afirma Biembengut (2019) os desenhos feitos pelas crianças revelam as formas como elas associam suas ideias e suas compreensões, por meio da imaginação.

Na Figura 6 apresentamos alguns exemplos dos desenhos feitos pelas crianças.

Figura 6: desenhos realizados pelas crianças, ilustrando o que aprenderam no dia



Fonte: Registros das crianças.

Conforme observado, os desenhos feitos pelas crianças explicitaram os conteúdos trabalhados na atividade, como: o anão ser menor do que o gigante; o gigante ser grande e o anão pequeno e as partes do corpo do anão e gigante serem as mesmas, apesar de terem tamanhos distintos (como ilustrados nas figuras a, b, c, d, e). No entanto, os desenhos trouxeram também outras comparações, como: o gigante ser maior do que uma casa (figura d, e); o gigante ser maior do que uma pessoa e uma pessoa ser maior do que um anão (figura c); o gigante ser tão grande que o anão pode ser representado por um pontinho (figura b); e ainda, um desenho com comparações entre a régua e a borracha, em que a criança desenhou quantas borrachas cabiam em uma régua, com o sentido de medição de um objeto maior utilizando um objeto menor como referência (figura f).

CONVERSA COM QUEM GOSTA DE MODELAGEM MATEMÁTICA

Embora a atividade "Anões e gigantes" tenha sido desenvolvida com crianças na faixa etária de 4 a 5 anos e 11 meses de idade, última etapa da Educação Infantil, acreditamos que ela possa ser desenvolvida em níveis anteriores e posteriores, considerando que alguns conteúdos que emergiram, como a comparação e corpo humano, são orientados para outros níveis de ensino, como apontado na BNCC (2018), tanto nos anos iniciais do Ensino Fundamental quanto em todos os níveis da Educação Infantil, considerando as particularidades de cada nível.

Além disso, ressaltamos que algumas adaptações podem ser realizadas no decorrer do desenvolvimento da atividade, como na contação de histórias, que em nossa atividade foi realizada por meio de uma maquete, mas que poderia ter sido feita com dedoches ou aventais, por exemplo. Ou ainda, poderia ter inserido o assunto por meio de um vídeo, como elucidado nas notas de rodapé cinco[5] e seis[6].

Destacamos que a forma como conduzimos a atividade é apenas uma das possibilidades existentes. O professor pode realizar adaptações conforme suas necessidades em sala de aula, considerando que atividades de Modelagem Matemática propiciam essa "adaptação" quando necessário, pois não são atividades fechadas, prontas e acabadas; pelo contrário são suscetíveis a adaptações e novas estratégias para o ensino e a aprendizagem das crianças.

Ressaltamos a importância dos desenhos elaborados pelas crianças, pois como elucidado por Possa e Vargas (2014) o desenho pode ser entendido como uma forma de expressão pessoal para as crianças, que não possuem o domínio da linguagem escrita, como é o caso das crianças participantes da nossa atividade. Por meio dos desenhos elas conseguiram expressar suas compreensões sobre o problema proposto, expondo seu modelo que representou os

5. https://www.youtube.com/watch?v=L63Ye-jQTEw

6. https://www.youtube.com/watch?v=2BFhDrneU0M

tamanhos do anão e do gigante e ainda, o que aprenderam com a atividade.

Para além dos conteúdos abordados em nossa atividade, destacamos que existem outras atividades já desenvolvidas na Educação Infantil, que podem ser desenvolvidas e adaptadas em todos os níveis de ensino da Educação Básica.

O trabalho de Coutinho (2020), intitulado "Modelagem Matemática e raciocínio proporcional na Educação Infantil" foi desenvolvido com crianças de 3 e 4 anos de idade, a partir de 5 atividades em que produziu um produto educacional[7], "Modelagem Matemática e raciocínio proporcional: orientações para professores da Educação Infantil", que configura-se como um material pedagógico que pode auxiliar no desenvolvimento das atividades: 1) Brigadeiro, quando maior melhor?; 2) Balançar ou equilibrar na gangorra?; 3) Quanto come o cachorro?; 4) Vamos cuidar da alimentação?; 5) Bolhas de Sabão: Diversão na Certa. Nas três primeiras, as autoras apresentam orientações que podem auxiliar no desenvolvimento das atividades em sala de aula e mais especificamente o desenvolvimento do raciocínio proporcional e as duas últimas são sugestões que também podem ser levadas pra Educação Infantil, conforme ideias e adaptações que os professores desejarem.

No trabalho intitulado "Competências em atividades de Modelagem Matemática na Educação Infantil", Rezende (2021) desenvolveu seis atividades de Modelagem Matemática na Educação Infantil, com crianças entre 4 e 5 anos. A autora também elaborou um produto educacional, o qual deixamos o link para acesso em nota de rodapé[8], em que são apresentadas as seis atividades desenvolvidas em sua disertação, em que nas três primeiras atividades (1- Depois de brincar, vamos guardar!; 2- Que look usar?; 3- Castelo Eldorado) são apresentadas ações que podem ser realizadas pelo professor em cada momento do desenvolvimento de uma atividade

7. https://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/bitstream/1/5141/2/LD_PPGMA_M_Coutinho%2C_Leticia_2020_1.pdf

8. https://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/bitstream/1/25751/2/competenciasmomodelagemmatematicainfantil_produto.pdf

com Modelagem Matemática, além de três sugestões de atividades que podem ser desenvolvidas, de acordo com os critérios e ideias dos professores (1- Barquinho de papel; 2- "Cabelo" do alpiste; 3- Confecção de pulseiras). A autora também disponibiliza vídeos instrutivos para os professores acessarem.

Em nosso trabalho "A Modelagem Matemática como favorecedora da aprendizagem na Educação Infantil" (ZAMPIROLLI, 2020), desenvolvemos além da atividade aqui descrita, mais duas atividades com as crianças, "Alimentação saudável" e "Construindo a escola com as formas geométricas". Nessas atividades foi possível trabalhar com conceitos distintos da atividade "Anões e gigantes", e contemplar conteúdos previstos para o ano letivo das crianças, que podem ser adaptadas com contação de histórias, apresentação de vídeos, assim como apontamos nessa atividade.

Como elucidamos, existem trabalhos que podem auxiliar os professores da Educação Infantil a desenvolverem atividades de Modelagem Matemática nesse nível de ensino. Esperamos que com nosso capítulo vocês percebam que é possível trabalhar com conceitos matemáticos desde a primeira etapa da Educação Básica, sem esquecer das particularidades que são importantes nessa etapa, como a contação de histórias, os desenhos, a imaginação e as brincadeiras e que as crianças são capazes de construir seus modelos, discutir com colegas e professores e compreender tais conteúdos, com a mediação do professor.

REFERÊNCIAS

BIEMBENGUT, M. S. **Modelagem Matemática nos anos iniciais do ensino fundamental:** ciências e Matemática. São Paulo: Contexto, 2019.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular:** Educação Infantil e Ensino Fundamental. Brasília: MEC/Secretaria de Educação Básica, 2017.

COUTINHO, L. **Modelagem matemática e raciocínio proporcional na educação infantil.** 2020. 153 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, 2020.

MARINGÁ. Secretaria Municipal de Educação. **Currículo da educação infantil e anos iniciais do ensino fundamental.** Maringá, PR, 2020.

MATEUS, A. N. B. *et al*. **A importância da contação de história como prática educativa na Educação Infantil**. Portal de Periódicos Eletrônicos PUC Minas. Pedagogia em Ação. 2009.

POSSA, K.; VARGAS, A. C. **O desenho na Educação Infantil. Linguagem e expressão da subjetividade.** Revista digital EFDesportes. Ano 19, n° 193. Buenos Aires. 2014.

REZENDE, M. F. **Competências em atividades de modelagem matemática na educação infantil.** 2021. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, 2021.

SCHELLER, M.; BONOTTO, D. L. **Percepção de estudantes dos anos iniciais a respeito de luminosidade: uma experiência de Modelagem Matemática na educação.** *In:* Conferência Nacional sobre sobre Modelagem na Educação Matemática, 10, 2017, Maringá. Anais... Maringá: UEM, 23-25 nov. 2017.

TORTOLA, E. **Configurações de Modelagem Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental.** 2016. 304 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciêcias e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2016.

ZANELLA, M. S. **Tarefas de modelagem Matemática nos anos iniciais do ensino fundamental: um estudo com alunos alemães e brasileiros.** 2016. (Doutorado). Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência e a Matemática, Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2016.

ZAMPIROLLI, A. C. **Modelagem Matemática como favorecedora da aprendizagem na Educação Infantil.** 2020. (Mestrado). Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência e a Matemática, Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2020.

2

CONTA QUE EU CONTO[1]...

Flavia Pollyany Teodoro[2]
Ana Caroline Zampirolli [3]
Eduardo Mateus Guimarães Rossi[4]
https://doi.org/10.54176/FQLZ1186

IMAGINE SE PUDER...

As pessoas deveriam ver o pôr-do-sol pelos menos uma vez por dia
(Antoine de Saint Exupéry)

Antoine de Saint Exupéry, de uma forma sugestiva, nos convida exercitar a nossa atividade criativa. Sim, quantos pores do sol você já viu hoje? Essa pergunta feita a uma criança, talvez ecoaria com naturalidade e encantamento ao se deixar levar pela sua imaginação, revelada não apenas nas porções (quantidades), mas nas diferentes coleções (formas) de pôr-do-sol vista em um só dia. A criança, em seu "faz de conta", adentra mundos imaginários que fazem sentido a ela, num processo de imersão lúdico e criativo. Aliás, elas exercem sua capacidade original de entrada e saída do mundo da imaginação, espontaneamente.

1. Faz alusão ao livro Conta que eu conto, de Ana Maria Machado, Angela Lago, Daniel Munduruku, Heloísa Prieto e Roger Melo, da Companhia das Letrinhas.
2. Universidade Estadual do Paraná Campus de Campo Mourão – Departamento de Matemática.
3. Universidade Estadual de Maringá – Doutoranda do PCM
4. Professor da Educação Básica – Campo Mourão - PR

Mas seria o "faz de conta" adequado ao trabalho com Modelagem Matemática? Que lugar situa a realidade demandada no trabalho com Modelagem Matemática? De acordo com Silva (2021, p. 21) "a imaginação toma da realidade seus elementos e os recombina, mesclando aspecto do real 'associados' com imagens fantasias". Isso permite a criança *transitar sobre realidades praticadas,* num "processo de ir e vir" entre realidades de sua construção, em que "[...] o real subjetivo impera no trabalho de investigação em ambientes construídos por meio da Modelagem Matemática, informando possibilidades simultâneas de prática com situações da realidade e da semirrealidade[5]" (TEODORO; KATO, 2021, p. 21).

Nesta direção, além das aptidões criativas originárias das crianças, a forma orientadora do professor (com passagem entre real e o imaginário) é que torna possível situações fictícias no trabalho com Modelagem Matemática, nos primeiros anos de escolarização, admitindo-as como "ponto de partida" (TEODORO, 2022). É neste contexto, a partir de um conto de fadas, que a atividade intitulada *Família urso e suas tigelas* se desenvolve.

A atividade *Família urso e suas tigelas* foi planejada a partir da história "Cachinhos Dourados e os três ursos", readaptada de Christiane Araújo Angelotti e desenvolvida com uma turma de quinze crianças da Educação Infantil – Nível II de período integral, com faixa etária de cinco a seis anos, em uma escola pública no norte do Paraná. O desenvolvimento da atividade ocorreu durante cinco dias, num período de 4 horas/aula por dia, o que totalizou 20 horas/ aula.

A atividade foi conduzida pelo terceiro autor do texto que, na condição de professor regente da turma, objetivou trabalhar a contação de história associando-a com Modelagem Matemática. A história foi escolhida pelo professor regente, por entender que ela se articulava aos estudos sobre o tema urso, realizados anteriormente com a turma.

5. Compreendida pelas autoras como situações hipotéticas que exprimem circunstâncias fictícias de estudos (SKOVSMOSE, 2000).

A seguir, apresentamos o desenvolvimento da atividade, elucidando aspectos emergentes dessa e de outras possíveis práticas de sala de aula na Educação Infantil.

QUAL TIGELA É SUA?

A atividade *Família urso e suas tigelas* foi desenvolvida a partir de três episódios:

1º) Contação de história.

2º) Construção de tigelas.

3º) Ilustração da atividade.

No primeiro episódio, o professor retomou uma discussão já feita com as crianças no início do ano letivo, na qual trabalhou informações sobre o urso. Falou sobre suas características físicas, alimentação, habitat e o som que ele emite, conforme previsto no currículo para o trabalho com os seres vivos e suas características. Na sequência desse episódio, ainda relacionado com a temática urso, ele realizou a contação da história *Cachinhos Dourados e os três ursos*[6] readaptada de Christiane Araújo Angelotti, por meio de palitoches com os rostos dos personagens.

Resumidamente, a história conta o passeio de uma menina chamada Cachinhos Dourados que sai a caminhar sem avisar ninguém, e durante seu percurso, se depara com uma casa no meio da floresta sem morador. Muito curiosa, ela adentra nesse espaço e lá se depara com objetos de diferentes tamanhos, pertencentes a uma família de ursos (papai urso, mamãe urso e filho urso), tais como, cadeiras, tigelas de alimentação e camas. Encantada com os objetos, a menina os explora/experimenta até que a família de urso chega em casa. Com a chegada da família, a menina, que estava dormindo na cama do filho urso, acorda assustada e apressadamente volta para a sua casa. A Figura 1 ilustra o episódio de contação de história.

6. https://anacontadoradehistorias.wordpress.com/2015/03/06/cachinhos-dourados-e-os-tres-ursos-adaptada-por-christiane-araujo-angelotti/

Figura 1: Contação de história

Fonte: Autores.

Conforme Mateus *et al.* (2009), em uma contação de história é preciso que o professor dê vida a ela, que se preocupe com a entonação de voz e a postura do corpo; comece e termine o conto com frases que chamem a atenção das crianças; utilize ferramentas que prendam a atenção delas; prepare o ambiente, considere as idades; fale com clareza; e ainda, ao término, converse com os ouvintes do que se trata a história, o que mais chamou sua atenção etc. Essas ações podem auxiliar na problematização da temática orientada no trabalho com Modelagem Matemática, como ocorrido no desenvolvimento da atividade *Família urso e suas tigelas*.

O ambiente construído pelo professor oportunizou às crianças vivenciar e refletir sobre a história, ao transitar entre o que era real e o que podam imaginar. Em outras palavras, transitar sobre as realidades vividas por elas (TEODORO; KATO, 2021).

Os questionamentos feitos a elas: *Quem eram os personagens da história? A Cachinhos Dourados fazia parte da família? Por que eles saíram da casa? Onde eles moravam? O que tinha nesse lugar? Por que eles deixaram o mingau sobre a mesa? Por que o ursinho chorou? A família de ursos ficou contente com o que a Cachinhos Dourados fez? Nós podemos mexer nas coisas dos outros sem permissão?* foram respondidos a partir das articulações entre suas experiências reais e imaginárias. Esse episódio foi realizado de forma coletiva, com as crianças dispostas em um semicírculo, de forma que conseguissem visualizar e dialogar sobre a história, conforme orientação de Cardoso e Faria (2016).

A partir da contação de história, o professor direcionou as crianças para o segundo episódio - construção de tigelas, orientadas pelo questionamento “Qual tigela é a sua: Papai urso, Mamãe urso e Bebê urso?”, com o objetivo que os alunos pudessem analisar e relacionar os tamanhos dos ursos aos tamanhos das suas tigelas, mencionadas na história. Para a construção dessas tigelas, ele questionou as crianças sobre qual material poderia ser utilizado. Ideias como: papel, argila e massinha de modelar surgiram, mas, em consenso, elas escolheram a massinha de modelar.

A construção das tigelas ocorreu com as crianças organizadas em três grupos, encaminhando diferentes estratégias sobre a quantidade de receitas (de massinha de modelar) e tamanho de cada tigela, admitindo que o papai, a mamãe e o bebê urso consumiam quantidades diferentes de comida e que, portanto, os tamanhos das suas tigelas eram diferentes

Para o desenvolvimento desse 2º episódio, o primeiro encaminhamento consistiu em questionar os grupos sobre a quantidade de receitas de massinha necessárias para a construção das três tigelas. Para tanto, o professor apresentou uma receita de massinha, com o intuito de que as crianças analisassem a quantidade e decidissem sobre as suas produções.

A produção da massinha ocorreu juntamente com as crianças, a partir de discussões sobre as quantidades de ingredientes utilizados. A Figura 2, ilustra a produção de massinhas e a receita apresentada aos alunos.

Figura 2: Produção e receita da massinha

RECEITA DE MASSINHA DE MODELAR
-3 copos de farinha de trigo; -1 colher (sopa) de sal; -2 colheres (sopa) de óleo; -1 copo de água-Tinta guache. Modo de fazer: primeiramente, em uma bacia, coloque a farinha de trigo, o sal e misture. depois acrescente o óleo, a água e misture bem. Por fim, na massa bem consistente, acrescente a tinta guache para dar coloração.

Fonte: Autores.

Como forma de registro gráfico (desenhos) e visualização das crianças, o professor, no processo da produção da massinha, adotou a dinâmica de solicitar a uma criança do grupo que fosse registrando por meio de um desenho, a quantidade em copos ou colheres dos ingredientes colocados na receita pelas demais crianças do grupo. Ainda nesse processo, o professor se valeu de questionamentos às crianças sobre a quantidade de ingredientes utilizada para explorar o conceito de adição e de subtração. Por exemplo, se havia colocado 2 copos de trigo e a receita orientava a inclusão de 3 copos, o professor questionava: "Quantos copos faltam?".

No decorrer da produção de massinhas, diversos conteúdos previstos para esse nível de ensino foram trabalhados. Em relação ao conteúdo estruturante de grandezas e medidas, o conteúdo específico de capacidade foi abordado por meio, por exemplo, do trabalho com a quantidade de ingredientes utilizados na receita e os instrumentos de medidas de capacidade para mensurar cada um deles: colher, litro, copos etc.

Após a produção das massinhas, as crianças começaram a elaborar suas tigelas. Nesse momento apesar de as crianças estarem organizadas em grupos, elas começaram a construir as tigelas individualmente. Foi preciso reforçar a ideia de trabalho em grupo, explicando que o tamanho das tigelas deveria ser decidido pelo grupo e com a participação de todos na construção. Sendo assim, os caminhos seguidos por cada grupo foram diferentes. A seguir, discorremos sobre a construção das tigelas nos 3 grupos.

No Grupo 1, inicialmente as crianças relacionaram a quantidade de tigelas que precisavam construir com a quantidade de receitas que seriam produzidas, afirmando a necessidade de 3 receitas. No entanto, no decorrer da produção da massinha, elas modificaram sua estratégia, afirmando ser preciso mais 1 receita. Apesar de não explorarmos a mudança de estratégia do grupo, conjecturamos que, ao pensar que as tigelas eram de tamanhos diferentes, não poderia cada receita ser destinada a uma tigela. Era preciso produzir mais uma receita para dividi-la proporcionalmente entre as tigelas, considerando o tamanho do urso dono de cada tigela.

No Grupo 2, o professor produziu uma receita de massinha com as crianças e as questionou se essa receita seria suficiente para construir as 3 tigelas. As crianças afirmaram que não. Mas não souberam dizer quantas receitas precisariam. Apesar disso, algumas mostraram o tamanho das tigelas, por meio de gestos, como ilustra a Figura 3.

Figura 3: Criança C2G2[7] representando com gestos os tamanhos das tigelas

Fonte: Autores.

Os gestos da criança C2G2 expressaram sua compreensão sobre o conteúdo maior/médio/menor, orientado no currículo municipal para crianças dessa idade. Conforme Zampirolli (2020), na Educação Infantil os gestos feitos pelas crianças podem elucidar seu entendimento acerca dos conceitos compreendidos por elas no

7. A fim de garantir o anonimato das crianças, utilizamos a codificação C (criança) e G (grupo). Como por exemplo, C2G2, criança 2, do grupo 2.

decorrer das atividades de Modelagem Matemática. Logo, considerando que nessa idade elas ainda não dominam a escrita, os gestos podem ser uma forma de comunicar o que estão pensando, além de um complemento da fala.

Na sequência, o professor produziu a segunda e a terceira receita de massinha, questionando novamente as crianças se a quantidade era suficiente. Ao observarem a quantidade de massinha obtida, as crianças afirmaram ser suficiente, pois já era possível construir as três tigelas. Além disso, nesse momento, as crianças dividiram a massinha em 3 quantidades diferentes. A maior quantia para fazer a tigela do papai urso; a média, a tigela da mamãe urso; e, a menor, a tigela do filho urso.

Nesse grupo, igualmente ao grupo 1, as crianças construíram individualmente suas tigelas. Mas assumindo uma postura diferente em relação ao grupo 1, o professor manteve a produção individual, se valendo da oportunidade para questioná-las se as tigelas estavam iguais. Ao afirmarem que não, o professor questionou se como eram diferentes, alguma estava errada. As crianças afirmaram que embora as tigelas tivessem tamanhos distintos, por exemplo, a tigela feita para o filho urso, o que importava é que a do papai era maior, da mamãe média e do filho, a menor dentre as três.

No Grupo 3, a criança C1G3 afirmou que apenas uma receita da massinha já era suficiente, pois poderiam separá-la em três pedaços, um maior, um médio e um menor, referindo-se a construção das tigelas do papai, mamãe e filho urso, respectivamente. Sua explicação foi aceita pelo grupo, no entanto, eles preferiram produzir uma outra receita. Com a produção da segunda receita, as crianças afirmaram que a quantidade era suficiente não apenas para a construção das tigelas, mas dos rostos e da casa dos ursos.

Durante a construção das tigelas, as crianças discutiram sobre a alimentação dos ursos, orientadas pelos questionamentos do professor, sobre a adequação das tigelas construídas para a quantidade de alimento consumido pelos ursos, como ilustra o diálogo a seguir.

Professor: Se eu colocar o peixe aqui vocês acham que vai caber? (Aponta para a tigela do papai).

C4G3: Sim, um pequenininho.

Professor: Mas um peixe pequenininho vai encher a barriga do papai urso?

C3G3: Não, peixinho não! Precisa de uma baleia.

Professor: E a baleia cabe aqui dentro da tigela?

C3G3 e C4G3: Sim.

Professor: Cabe? Vai caber dentro da tigela ou fica saindo para fora?

C3G3: Vai caber, porque a tigela do papai é grande e a baleia é grande.

C4G3: Vai sair fora.

Professor: E agora?

C4G3: É só colocar um montão de peixinhos dentro da tigela.

Professor: Mas daí vai encher a barriga do urso?

C4G3: Sim.

As discussões evidenciam a orientação do professor para que os alunos percebessem e investigassem a relação entre o tamanho das tigelas e a quantidade de comida necessária para alimentar cada urso. Nesse sentido, as crianças, a partir dos questionamentos feitos pelo professor, iniciam um processo de reflexão sobre essa relação.

Ainda no Grupo 3, discussões referentes ao alimento do bebê urso, levaram uma criança (C2G3) a afirmar que seria possível colocar uma baleia na tigela dele, desde que ela fosse pequena. Segundo o Instituto Australis, filhotes de baleia nascem com cerca de 5 metros de comprimento e um peso entre 4 e 5 toneladas e nas primeiras semanas de vida eles podem adquirir cerca de 50Kg/dia de peso. Logo, na tigela não caberia nem uma baleia pequena. Apesar disso, a criança entende que cabe um peixe na tigela, desde que o tamanho deste peixe seja pequeno (proporcional ao tamanho da tigela).

O que observamos é que para a validação do modelo construído (tigelas), as crianças transitaram entre o real e o imaginário. Elas imaginaram para as suas tigelas capacidades para comportar uma baleia ou diversas baleias pequenas, mas admitiram dados e situações reais de estudos para validarem seus modelos, como comidas próprias dos ursos e quantidade equivalentes ao porte de cada um:

papai, mamãe e filho urso. O que materializou o trabalho com Modelagem Matemática, a partir de situações fictícias, na medida em que a construção dos objetos que denotaram os modelos matemáticos construídos pelos alunos demandou dados e informações reais. Além disso, a forma dialogada e argumentativa na validação dos modelos pelas crianças, ensejou o desenvolvimento da sua linguagem oral.

Ademais, observamos que cada grupo construiu suas tigelas, com base em suas hipóteses e compreensões sobre o que seria necessário e suficiente para cada personagem: papai urso, mamãe urso e filho urso. Todas as tigelas foram construídas ainda que com tamanhos diferentes, com o mesmo referencial: maior, médio e menor. Os modelos construídos pelas crianças apresentaram semelhanças quanto à correspondência feita (maior, médio, menor) ao tamanho do personagem, papai, mamãe e filho urso, respectivamente.

Além da Matemática, destacamos o trabalho com as artes visuais na construção de suas tigelas. Conforme orientação do currículo, essas produções devem ser valorizadas no nível da Educação Infantil para o desenvolvimento da linguagem artística da criança, emergente de um processo criativo, crítico e social. A figura 4 ilustra as tigelas construídas pelos grupos 1, 2 e 3 respectivamente.

Figura 4: Tigelas construídas pelo grupo 1, 2 e 3, respectivamente

Fonte: Autores.

No terceiro episódio, denominado de ilustração da atividade, solicitamos às crianças que, individualmente, por meio de um desenho, representassem o que compreenderam com o desenvolvimento da atividade. Depois disso, realizamos uma entrevista com cada criança, questionando-as sobre as suas representações (desenhos).

O objetivo foi incorporar elementos à nossa compreensão sobre as representações delas.

Conforme Júnior, Oliveira e Ribeiro (2019, p. 2), a construção de desenho como “técnica pedagógica” permite “[...] identificar alguns aspectos do desenvolvimento infantil, sendo assim instrumento de representação das concepções e percepções da criança no ambiente em que está inserida [...]”. Verdadeiramente, ao solicitar que as crianças desenhassem, nossas compreensões sobre as percepções delas foram ampliadas. O entendimento sobre proporcionalidade (maior/médio/menor), revelado na construção das tigelas, se estendeu para o desenho da caverna (casa da Família Urso), das mesas e dos ursos. Veja a figura 5 abaixo.

Figura 5: Desenho elaborado pela criança C4G1

Fonte: Autores.

O desenho feito pela criança C4G1, Figura 5, apresenta a caverna, os ursos e as tigelas (em cima da mesa nas cores laranja, roxo e azul) de forma proporcional. Entendemos que, ao delimitar o espaço da caverna de acordo com o tamanho dos ursos, a criança revelou a habilidade de percepção espacial, como decomposição de campo. Ainda na produção da criança C4G1, observamos que a ordem crescente das tigelas revelou organização na elaboração do desenho, como critério de seriação de tamanho.

No desenho elaborado pela criança C1G2, Figura 6, além da compreensão de proporcionalidade, observamos o cuidado em esboçar a porta de acesso a caverna e a janela. Além disso, no alto da caverna se observa uma antena para séries televisivas dos ursos.

Figura 6: Desenho elaborado pela criança C1G2

Fonte: Autores.

Segundo Júnior, Oliveira e Ribeiro (2016, p. 3), "quando a criança desenha, cria pontes entre o mundo real e o imaginário, expressando suas concepções e percepções do mundo no qual está inserida". A antena de tv desenhada pela criança, por exemplo, expressou sua atividade imaginativa no entrelace entre as experiências vividas e as imaginadas para aquela família de urso.

Para esboçar a situação de estudo, a criança C3G3 relatou que, inicialmente, desenhou o papai urso e, tomando-o como referência, desenhou a mamãe urso e depois o bebê urso, fazendo relação do esboço referente aos tamanhos dos ursos, com uma "escadinha". A Figura 7 apresenta o esboço feito pela criança.

Figura 7: Desenho elaborado pela criança C3G3

Fonte: Autores.

Ao tomar o papai urso como referência, a criança mobilizou a percepção de comparação entre os tamanhos dos três ursos, comparando o tamanho do papai com a mamãe, e depois o tamanho da mamãe com o do bebê urso. Apesar de não expressar o entendimento de transitividade, ainda ausente em crianças nessa etapa escolar (LORENZATO, 2018) a percepção de comparação se mostrou vantajosa ao desenvolvimento dele.

CONVERSA COM QUEM GOSTA DE MODELAGEM MATEMÁTICA

"A criança representa, à sua maneira, o mundo no qual vive". (Luquet)

As representações feitas pelas crianças na forma de desenhos, de gestos, ou falas, ilustram o pensamento de Luquet, pois elas interpretaram a realidade à sua maneira. No encantamento de imaginar, os desenhos ganharam vida e os gestos formatos que representaram as inúmeras possibilidades de modelar, comunicar e expressar as suas ideias matemáticas e não matemáticas. Isso em um ambiente construído a partir de uma contação de história que levou as crianças à cenários criados na sala de aula e/ou em sua imaginação.

Se a moda é contar história, que seja no estilo. Mas qual o estilo? O seu! Da sua turma! O qual desejar! Tudo é uma questão de estilo. Diversas pesquisas desenvolvidas com Modelagem Matemática na Educação Infantil revelaram estilos próprios de contar história. Zampirolli (2020), no trabalho com crianças entre 4 e 5 anos de idade, a partir da atividade "Anões e gigantes", utilizou de fantoches e maquete, com a dinâmica de apresentar os personagens, fixando-os na maquete, conforme eram anunciados na história. O intuito era gerar suspense e estimular a criatividade das crianças que deveriam determinar o tamanho de um anão e de um gigante. Quem diria a professora tornar-se um Gigante... Verdadeiro entrelace entre o imaginário e o real.

E por que não contar histórias e modelar ao mesmo tempo? Silva (2013) utilizou dessa dinâmica para trabalhar a história "As três partes", dividindo a contação em 3 partes, por considerar extensa para ser contada e trabalhada de uma única vez. Conforme se contava as partes da história, a discussão e matematização acerca de situações problemas para as crianças foram acontecendo. A autora ainda se valeu da contação de história (com projeção do livro) para a alfabetização das crianças, com leitura e ampliação do vocabulário.

É certo que normalmente associamos a atividade imaginativa às crianças. Mas já pensou se os alimentos que consumimos falassem as boas verdades que precisamos ouvir? A verdade, por vezes, pode ser dita com uma pitada de imaginação e criatividade, como fizeram Ruiz e Zanella (2018), com crianças da Educação Infantil, a partir da história da Dona Maricota. Após um dia de feira da Dona Maricota, juntos em uma cesta, os alimentos estabeleceram uma discussão sobre a importância dos nutrientes de verduras, legumes e frutas, e *o conta que eu conto* invadiu a sala de aula.

Seja qual for o seu estilo, é verdadeiro que a prática de contar história pode se apresentar como convite à construção do ambiente de Modelagem Matemática. Ao convite, não nos limitamos a prática de contar história como ponto de partida e nem uma atribuição docente. Já pensou em propor aos seus alunos que eles mesmos elaborem histórias? Machado (2010) pensou nisso, e como forma de problematização do tema trabalhou a produção de história em quadrinhos, com alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental. Alves (2018), por sua vez, propôs a elaboração de uma história contada pelos próprios alunos, na forma teatral, como socialização dos resultados, com construção de roteiros e personagens a partir do trabalho com Modelagem Matemática desenvolvido.

Que as ideias se abram às diferentes formas de inserir a contação de história em práticas com Modelagem Matemática.

Só não se esqueça... O real não pode sair de cena...

REFERÊNCIAS

CARDOSO, A. L. S.; FARIA, M. A. **A Contação de Histórias no Desenvolvimento da Educação Infantil.** Revista Eletrônica Saberes da Educação, vol. 7, n. 1, 2016.

LORENZATO, S. **Educação infantil e percepção matemática** – 3. Ed. rev. – Campinas, SP: Autores Associados, 2018.

JÚNIOR, L. de O. R.; OLIVEIRA, M. S.; RIBEIRO, R. de M. M. A Importância do Desenho na Educação Infantil. [s. l.], p. 1–11, 2016.)

MATEUS, A. N. B. *et al*. **A importância da contação de história como prática educativa na Educação Infantil**. Portal de Periódicos Eletrônicos PUC Minas. Pedagogia em Ação. 2009.

RUIZ, C. M.; ZANELLA, M. S. **Práticas de alimentação saudável na educação infantil a partir da modelagem matemática.** In: ENCONTRO PARANAENSE DE MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 8., 2018, Cascavel. Anais... Cascavel: SBEM, 2018.

SILVA, D. N. H. **Imaginação, criança e escola.** São Paulo: Summus, 2012, p. 119.

SILVA, P. F. **Modelagem Matemática na Educação Infantil: uma estratégia de ensino com crianças da faixa etária de 4 a 5 anos.** 172 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Exatas) – Centro Universitário Univates, Lajeado, 2013.

SKOVSMOSE, O. Cenários para investigação. **Bolema**, Rio Claro, nº 14, pp. 66 a 91, 2000.

TEODORO, F. P.; KATO, L. A. A prática pedagógica com Modelagem Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental. **Em Teia - Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana**, Pernambuco, v. 12, n.03, p. 1 - 25, 2021b.

TEODORO, F. P. **Aprendizagens sobre a prática pedagógica com Modelagem Matemática em uma comunidade de prática de professoras dos anos iniciais**. 2022. 247 f. Tese (Doutorado em Educação para a Ciência e a Matemática) –Universidade Estadual de Maringá – UEM, Maringá, 2022.

ZAMPIROLLI, A. C. **A Modelagem Matemática como favorecedora da aprendizagem na Educação Infantil.** 2020. 163 f. Dissertação (Mestrado em Educação para a Ciência e a Matemática) –Universidade Estadual de Maringá – UEM, Maringá, 2020.

3

QUANTO CUSTA MANTER UM ANIMAL DE ESTIMAÇÃO?

Letícia Fagundes Triguero [1]
Paula Renata Pedroso Avanço Ferreira [2]
Flavia Pollyany Teodoro [3]
Lilian Akemi Kato [4]
https://doi.org/10.54176/MWEI9931

UM PROJETO + UM PROGRAMA + CURRÍCULO EM MODELAGEM MATEMÁTICA

O início do ano letivo de 2021, marcado pela impossibilidade das aulas presenciais nas instituições escolares brasileiras, colocou nas mãos da tecnologia uma missão importante e difícil: o ensino remoto. Nesse período, profissionais buscaram se inovar com estratégias que favorecessem o aprendizado dos estudantes, antes não pensada para um contexto remoto, como a prática com Modelagem Matemática.

Assim, neste capítulo, discorremos sobre o desenvolvimento de uma atividade de Modelagem Matemática que teve como objetivo investigar o custo para manter um animal de estimação e quanto deste custo corresponde à renda familiar, a partir das situações de estudos: *Quanto custa para manter o(s) seu(s) animal(is) de estimação? Qual a porcentagem desse gasto em relação à renda familiar?*

1. Universidade Estadual de Maringá – Doutoranda do PCM.

2. Universidade Estadual de Maringá – Mestranda PCM.

3. Universidade Estadual do Paraná, Campo Mourão (UNESPAR) – Departamento de Matemática.

4. Universidade Estadual de Maringá – Departamento de Matemática.

O desenvolvimento desta atividade ocorreu durante o final do segundo trimestre do ano de 2021, no contexto de uma oficina pedagógica de Matemática na Ampliação de Jornada Escolar de uma escola pública do Município de Maringá, com uma turma de 5º ano do Ensino Fundamental[5], em que a primeira autora era a professora dessa oficina.

Nesse período, a Secretaria Municipal de Educação de Maringá em parceria com a Secretaria de Meio Ambiente e Bem-Estar Animal propuseram às escolas que atendessem com a Ampliação de Jornada Escolar o "Projeto talento pet – aluno amigo dos animais", cujo objetivo era a conscientização referente aos maus-tratos e abandono de animais, com responsabilidade sobre eles. Nesse projeto, discutimos que o *Pet* é um animal doméstico que possuem características apropriadas para o convívio com os seres humanos, pois oferecem companheirismo e divertimento, porém, carecem de cuidados.

Além disso, os estudantes do 5º ano também estavam participando do programa Aprender Valor que é uma iniciativa do Banco Central do Brasil, que tinha como objetivo estimular o desenvolvimento de competências e habilidades de Educação Financeira e Educação para o Consumo, em estudantes das escolas públicas brasileiras. Assim, trabalhamos ações as quais pudessem empoderar os estudantes em suas tomadas de decisões financeiras ligadas ao seu cotidiano, conhecendo formas de melhorar a gestão do dinheiro.

Nesse contexto, o planejamento dessa atividade de Modelagem Matemática se orientou pelo projeto "Talento Pet", pelo Programa Aprender Valor e pelo programa curricular de matemática da turma, no trabalho com quatro operações com números naturais e racionais e grandezas e medidas. A atividade foi desenvolvida via *Google Meet*, no período vespertino, com os estudantes divididos em dois grupos em salas virtuais separadas.

Esses estudantes se mostraram autônomos e participativos, alguns já possuíam celulares próprios, o que facilitava a sua inte-

5. Essa pesquisa foi aceita pelo Comitê Permanente de Ética em Pesquisa com Seres Humanos da Universidade Estadual de Maringá – UEM, parecer número: 4.883.095.

ração. Durante a realização da atividade, eles habilitavam seus microfones para discutir com os demais colegas e com a professora a respeito de conteúdos matemáticos e não matemáticos que eram relevantes para a resolução da atividade. Compartilhavam suas experiências pessoais e pediam auxílio para os seus familiares sobre o valor dos produtos gastos. Além disso, tiravam fotos de suas resoluções e realizavam pesquisas na internet e apresentavam essas informações pela tela do celular por meio do *Google Meet.*

Na próxima seção, apresentamos a descrição da atividade, discorrendo sobre diferentes formas de resoluções apresentadas pelos estudantes com comentários sugestivos de desenvolvimento.

QUANTO INVISTO NO MEU PET?

Para o desenvolvimento dessa atividade, retomamos as ideias do programa Aprender Valor, no que tange as discussões sobre as despesas familiares (moradia, alimentação e lazer), e destacando que esses gastos eram proporcionais à quantidade de membros de cada família.

Para tanto, conversamos sobre a composição familiar, incluindo os animais de estimação, justamente para questionar se esses animais geravam despesas no cômputo dos gastos da família. No quadro 1, retratamos um desses diálogos com argumentos dos estudantes durante a problematização da temática, para inclusão dos gastos do animal de estimação nas despesas elencadas por eles.

Quadro 1 Argumentos dos estudantes referentes aos gastos mensais com os Pets.

Estudantes	Animais de estimação	Despesas elencadas pelos estudantes
E7, E10, E11, E12 e E13	Cachorro	E11: “Os cachorros têm gastos com ração, água, pet shop e brinquedos”. E10: “Tem que calcular o gasto da água que usa para lavar as calçadas, porque os cachorros fazem suas necessidades”. E8: “Tem os gastos com remédio de pulgas e carrapatos” [...] “Para calcular o tanto de ração é preciso ver se o cachorro é de pequeno, médio ou grande porte”.

E3, E4 e E15	Gato	E15: "[...] tem gasto com ração, a caixinha de areia, tem bastante remédios de verme e tem vacinas". E3: "Eu tenho uma gata, e gera custo com ração" (posteriormente acrescentou que não gasta com caixa de areia porque a gata faz suas necessidades na rua).
E2 e E8	Tartaruga – cágado	E8: "Professora, eu e o E2 temos uma tartaruga, mas a gente não gasta com praticamente nada. Nosso pai faz a limpeza do aquário e ela come uma ração, mas é bem baratinha". E8: "A tartaruga não toma vacina e não é preciso gastar com banho, já que ela vive na água".
E9	Aves (calopsita e canários)	E9: "tenho um canário e uma calopsita, meu pai gasta uns 11 reais por semana para comprar comida para eles".

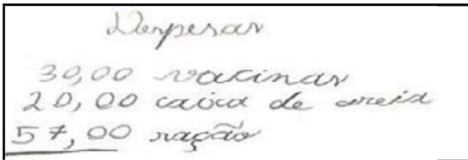
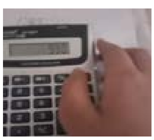
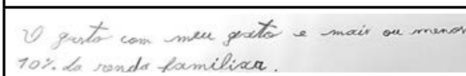
Fonte: Autoras.

A partir das discussões iniciais e dos argumentos apresentados pelos estudantes, foi questionado: *Quanto custa para manter o(s) seu(s) animal(is) de estimação? Qual a porcentagem desse gasto em relação à renda familiar?* E para resolver as situações propostas, os estudantes consideraram para um *pet*, as despesas com alimentação, medicamentos, brinquedos e higiene, variando de acordo com cada espécie de *pet*.

Para o desenvolvimento da atividade, alguns estudantes consideraram seus próprios animais de estimação, outros, optaram por animais que pretendiam ter, perguntando para seus pais/responsáveis o que gastavam com seus *pets*, e/ou pesquisando na internet. Diante das discussões, surgiram 3 estratégias diferentes de resolução. A seguir, o quadro 2 explicita a primeira estratégia utilizada pelos alunos.

Quadro 2 - Registro escrito da estudante E4 compartilhados na tela do *Google Meet.*

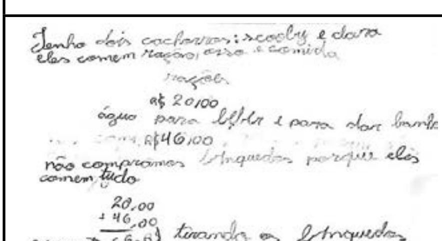
Desenvolvimento da estratégia	Registro escrito e/ou explicação dos estudantes
a) Primeiramente, a estudante considerou os gastos de sua gata.	

	É gasto R$120 de vacina por ano, mas se for comprado, por exemplo, parcelado em 4 vezes daria R$30 ao mês. Também gastamos R$20 com a areia e um saco de ração de 3 kg que custa R$57 por mês.
b) A estudante considerou a renda familiar e o valor do salário mínimo vigente no ano de 2021.	
	Se a renda familiar é R$1.100 e os gastos com o pet R$107. Vai ser mais ou menos 10%.
c) Após ter feito a estimativa de 10% utilizou subtrações para resolver a situação proposta.	
 	R$1100 – R$107 temos R$993 e quando eu fiz R$1100 – 10% na calculadora deu R$990. Assim, a aluna percebeu que a diferença entre os resultados obtidos foi de R$3.
d) Por fim, concluiu que o gasto mensal com seu gato seria de aproximadamente 10%.	
	Logo, R$107 equivalem aproximadamente a 10% da renda familiar.

Fonte: Adaptado de Triguero (2022).

Os estudantes E7 e E15 desenvolveram a atividade valendo-se de outra (segunda) estratégia, no entanto, consideraram as despesas de seus cachorros e sua gata, respectivamente. Os encaminhamentos e as resoluções são apresentados nos quadros 3 e 4, respectivamente.

Quadro 3 - Resolução entregue pelo estudante E7.

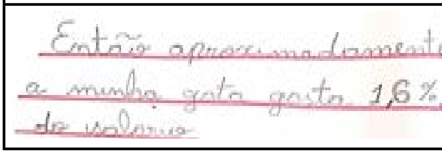
Desenvolvimento da estratégia	**Registro escrito e/ou explicação dos estudantes**
a) Primeiramente o estudante considerou os gastos que seus cachorros tinham mensalmente.	
	Tenho dois cachorros: Scooby e Dara. Eles comem ração, osso e comida. Rações R$20, água para beber e para dar banho R$46. Não compramos brinquedos porque eles comem tudo. Eu gasto R$66 tirando os brinquedos.

b) Após, o estudante considerou a renda familiar mensal de R$2 mil.	
1.500,00 +500,00 2.000,00 200,00 é 10%	R$2 mil é 100% então R$200 é 10%, porque se somar R$200 10 vezes temos R$2 mil.
c) Em seguida, considerando R$2 mil igual a 100%, o estudante efetuou divisões por 2 para encontrar as outras porcentagens.	
2000,00 50% 50% 1000,00 500,00 25% = 500,00 10% = 200,00 5% = 100,00 é metade de 10%	R$2 mil é 100%, então a metade é R$1 mil, que corresponde a 50%. Mil reais dividido por 2 temos 500 reais é igual a 25%. Como 10% é igual a 200 reais dividindo por 2 temos que R$100 reais é igual a 5%.
d) Por fim, o estudante afirmou que 5% do salário era R$100 e que esse valor se aproximava do gasto com o cachorro, R$66. Assim, concluiu que seria necessário um pouco menos que 5% do salário mensal para manter os seus cachorros.	
gastamos um pouco menos que 5% do salario com os cachorros	Gastamos um pouco menos do que 5% do salário com os cachorros.

Fonte: Adaptado de Triguero (2022).

Quadro 4 - Resolução proposta e entregue pela estudante E15.

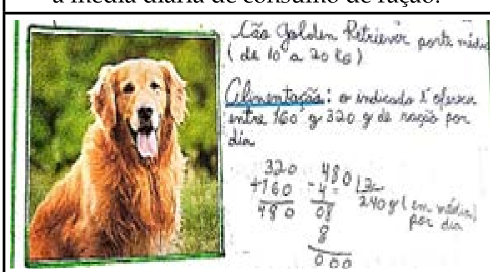
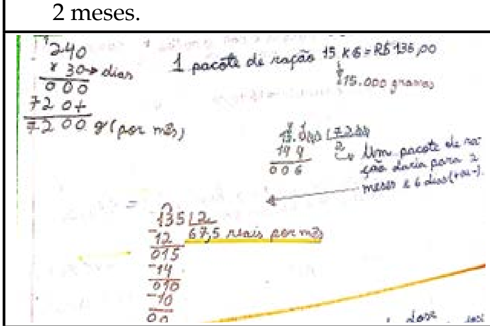
Desenvolvimento da estratégia	**Registro escrito e/ou explicação dos estudantes**
a) Primeiramente, a estudante somou os gastos mensais para manter seu gato de estimação, concluindo que este gasto era de R$65 por mês.	
20,00 ração + 15,00 areia 30,00 pet shop 65,00	A minha gata tem despesas com ração, areia e pet shop.
b) Após, a estudante considerou que a renda familiar era de R$4 mil e que esse valor correspondia a 100%. Em seguida, realizou sucessivas divisões, como explicitado por ela na coluna ao lado.	
4 mil = 100% 2 mil = 50% 1 mil = 25% 400,00 = 10% 200,00 = 5% 100,00 = 2,5% 60,00 = 1,5%	4 mil é igual a 100% dividido por 2 encontramos que 2 mil é 50%, dividindo por 2 temos R$1 mil igual 25%. Se 4 mil é 100% dividindo esse valor por 10 temos que R$400 é igual 10%, dividindo por 2 temos R$200 é igual a 5% e dividindo por 2 temos R$100 é igual 2,5%. Se R$400 é igual a 10% dividindo por 10 temos que R$40 é igual a 1%. Logo R$100 menos R$40 é 2,5% menos 1% e encontramos que R$60 é igual a 1,5%.

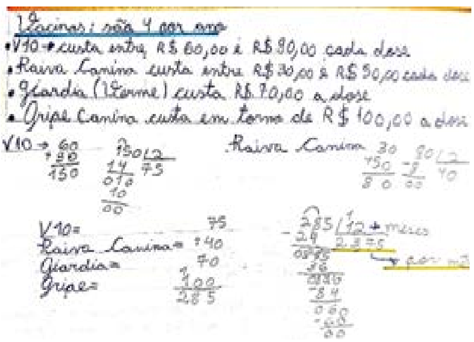
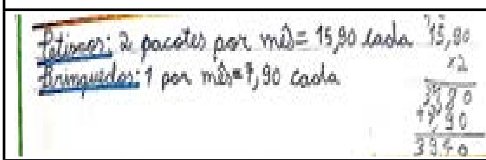
c) Por fim, a estudante concluiu que os gastos com seu pet correspondiam a aproximadamente 1,6% da renda familiar mensal.	
	Como R$60 é 1,5%, como minha gata gasta R$65 vai ser aproximadamente 1,6% do salário.

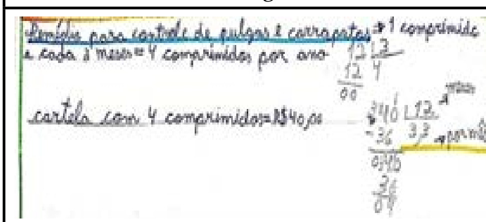
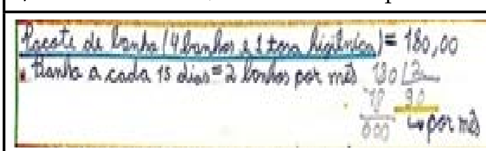
Fonte: Adaptado de Triguero (2022).

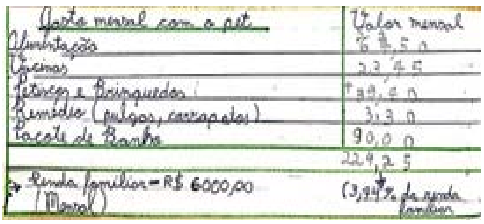
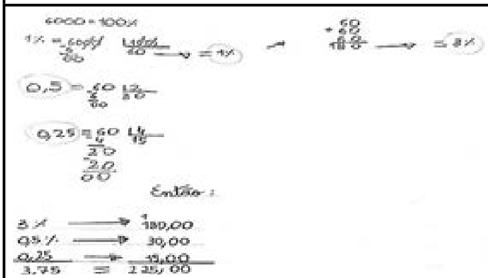
Apesar dos estudantes E2 e E8 possuírem uma tartaruga como animal de estimação, escolheram desenvolver a atividade levando em conta um cachorro da raça *Golden Retriever*, pois pretendiam ter futuramente. O encaminhamento e a resolução foram realizados conforme exposto no quadro 5, que corresponde à terceira estratégia.

Quadro 5 - Resolução entregue pelos estudantes E2 e E8

Desenvolvimento da estratégia	**Registro escrito e/ou explicação dos estudantes**
a) Primeiramente, os estudantes consideraram o Cão Golden Retriever e pesquisaram informações sobre a alimentação dele. Com base nessas informações, consideraram a média diária de consumo de ração.	
	Cão Golden Retriever porte médio (de 10 a 20 kg) Alimentação: o indicado é oferecer entre 160g a 320 g de ração por dia.
b) Após, considerando a alimentação diária do cachorro, calcularam quanto de ração o cachorro comeria por mês, concluindo que um saco de ração de 15 kg daria para 2 meses.	
	Se o cachorro se alimenta em média 240g por dia, será necessário 7200 g por mês. Como um saco de ração de 15 kg custa R$135 e daria para 2 meses, então gastaríamos R$67,5 por mês com a alimentação.

<table>
<tr><td colspan="2">c) Em seguida, pesquisaram o total de vacinas tomadas anualmente, 4 no total. Após, a partir dos valores pesquisados na internet, calcularam a média. Por fim, somaram os valores das vacinas necessárias para 1 ano e dividiram por 12 meses para encontrar o valor gasto mensalmente.</td></tr>
<tr><td>
</td><td>Vacinas: são 4 por ano
V10: custa entre R$ 60 e R$ 90 cada dose
Raiva canina: Custa entre R$30 e R$50 cada dose
Giardia (verme) custa R$70 a dose
Gripe canina custa em torno de R$100 a dose.
Somamos todos os valores e dividimos por 12 meses, encontramos o valor mensal com vacina de R$23,75.</td></tr>
<tr><td colspan="2">d) Calcularam o valor gasto com petiscos e brinquedos.</td></tr>
<tr><td>
</td><td>2 pacotes de petiscos por mês é igual a R$15,90 cada.

1 brinquedos por 1 por mês de R$7,90 cada.</td></tr>
<tr><td colspan="2">e) Calcularam o valor gasto com remédio de pulgas e carrapatos.</td></tr>
<tr><td>
</td><td>Remédio para controle de pulgas e carrapatos. 1 comprimido a cada 3 meses é igual a 4 comprimidos por ano.
Cartela com 4 comprimidos igual a R$40. Logo, dividido por 12 encontraram o gasto mensal de R$3,3.</td></tr>
<tr><td colspan="2">f) Para economia, consideraram apenas um banho a cada 15 dias.</td></tr>
<tr><td>
</td><td>Pacote de banho (4 banhos e 1 tosa higiênica) igual a R$180.
1 Banho a cada 15 dias é igual 2 banhos por mês e custa R$90.</td></tr>
<tr><td colspan="2">g) Somaram o total de todos os gastos com o pet. E, consideraram a renda familiar mensal de R$6 mil.</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td></td><td>Gasto mensal com o pet
Alimentação igual R$67,50
Vacinas igual R$23,73
Petiscos e brinquedos igual R$39,70
Remédio (pulgas, carrapatos) igual R$3,3
Pacote de banho igual R$ 90
Totalizando R$224,25</td></tr>
<tr><td colspan="2">h) Por fim, concluíram que gastariam 3,75% da renda familiar mensal para manter um cão Golden Retriever.</td></tr>
<tr><td></td><td>Os estudantes E2 e E8 alegaram que encontraram que R$224,25 correspondem a 3,74% da renda familiar de R$6 mil, com o auxílio do pai, usando a calculadora. Posteriormente, eles desenvolveram os cálculos no papel usando o algoritmo da divisão e da soma para validar os resultados obtidos, como mostra a figura ao lado.</td></tr>
</table>

Fonte: Adaptado de Triguero (2022).

O que diferenciou a terceira estratégia das demais, foi a forma criteriosa como os estudantes calcularam as despesas com alimentação, vacinas, remédios, *pet shop*, petiscos e brinquedos, com apoio das informações de *sites* de *pet shop.*

Apesar de não desenvolvido, reconhecemos para esse momento, uma oportunidade de exploração e comparação entre as resoluções. Se comparado às despesas com gatos, uma aluna encontrou aproximadamente 10% da renda familiar, enquanto a outra, aproximadamente 1,6%. Valores discrepantes e que se não analisados de forma proporcional às rendas mensais, poderiam levar a conclusões precipitadas. Do mesmo modo, quando olhamos para o percentual de 5% da renda mensal gasto com dois cachorros e 10% gasto com um gato, se tornaria incoerente se não fosse analisado o percentual proporcional em relação aos salários, ou mesmo o porte de cada cachorro ou gato. Estendendo a análise, e admitindo que as despesas com um cão de raça *Golden Retriever* são altas, o valor de 3,75% se tornou razoável considerando a renda da família. É o "poder de conter o argumento definitivo atribuído à Matemática" (BORBA;

SKOVSMOSE, 2001, p. 127). Ou seja, de analisar criticamente os argumentos matemáticos com justificativas condizentes à situação de estudo. No caso da atividade, se olhado somente para os percentuais, poderíamos admitir que manter um *Golden Retriever* (3,75% da renda familiar) seria mais viável que manter um gato (10% da renda familiar).

Além disso, como no trimestre em que foi desenvolvida a atividade estávamos abordando números racionais, seria possível, a partir das resoluções, sistematizar a relação entre a porcentagem e a fração. Destacando, por exemplo, que a estudante E4 gasta R$110 reais da renda familiar mensal com sua gata.

No desenvolvimento da atividade, descrita neste capítulo, os estudantes consideraram os gastos com cachorros e gatos. Porém, diferentes tipos de animais de estimação podem surgir e representar outras estratégias e resoluções diante dos cuidados particulares e específicos de cada espécie. Além disso, nessa experiência não abordamos as legislações existentes no Brasil que auxiliam na proteção aos animais, porém, deixamos como sugestão para práticas futuras. A Lei Federal 9.605/98, principal que protege os animais, estabelece que abandonar animais é crime, conforme o " art.32 – Praticar ato de abuso, maus-tratos, ferir ou mutilar animais silvestres, domésticos ou domesticados, nativos ou exóticos". Atualmente, a Lei 14.064/2020 aumentou a pena para quem cometer esse crime. Logo, devemos conscientizar as crianças que ao tomar ciência de situações de maus-tratos, devemos denunciar.

Além disso, convém destacar a importância da vacinação para proteger os *pets* (cachorros e gatos) de doenças infecciosas e proporcionar uma vida longa e saudável a eles. Para cachorros são obrigatórias: v8[6], v10 e a antirrábica (usada contra a raiva, uma doença fatal que provoca alterações no sistema neurológico, atinge tanto os animais quanto os seres humanos); e para gatos: v3, v4 e a antirrábica. Essas, são tomadas nos primeiros meses de vida e posteriormen-

6. As vacinas v8, v10, v3 e v4 são conhecidas como polivalentes, protegem contra várias doenças graves e até mortais.

te é necessário um reforço anual. Ainda temos as vacinas opcionais para cachorros e gatos que podem ser consideradas. Modelar o fenômeno vacinação nos parece uma prática informativa e sugestiva aos amantes de *pet sobre* os benefícios e finalidades dela.

Ademais, o desenvolvimento dessa atividade nos revela algumas possibilidades de adaptações, dentre essas, a adaptação do ensino remoto para o ensino presencial. Deste modo, na próxima seção traremos algumas sugestões de modo a contribuir com a criatividade de professores que desejam planejar uma atividade de Modelagem Matemática envolvendo a temática "animais de estimação".

CONVERSA COM QUEM GOSTA DE MODELAGEM MATEMÁTICA

A população Pet não para de crescer. De acordo com a ABINPET (Associação Brasileira da Indústria de Produtos para Animais de Estimação) o Brasil ocupa o 3º lugar no ranking mundial como o país com maior população total de animais de estimação. No ano de 2021, a indústria Pet no Brasil faturou 35,8 bilhões. Por outro lado, segundo o IPB (Instituto Pet Brasil) o número de animais de estimação em situação de vulnerabilidade e abandono vem aumentando.

Diante deste cenário, consideramos relevante trazer para a sala de aula discussões referentes a esse tema, com o intuito de propiciar a conscientização sobre a proteção e os cuidados com os animais, bem como, a compra e a adoção de um animal de estimação que envolve novas responsabilidades e despesas.

Na experiência relatada, o convite a essa temática foi realizado com base nos projetos que os estudantes estavam participando, alinhando aos seus interesses. Todavia, em outros cenários esse convite pode ser feito por meio de reportagem, como do *Diário do Nordeste* "Quanto custa manter um pet? Confira simulações para cão, gato e ave[7]", ou na Valor Investe "Quanto custa ter um animal

7. Reportagem disponível em: https://diariodonordeste.verdesmares.com.br/negocios/quanto-custa-manter-um-pet-confira-simulacoes-para-cao-gato-e-ave-1.3244987.

de estimação[8]". Ambas discutem sobre a importância do planejamento financeiro para manter um *pet*. Além disso, sugerimos outras opções em vídeos, como o do *Domingo Espetacular*: "Gastos com animal de estimação podem atingir valor de um carro[9]". Reportagem no programa *Ver Mais* "Saiba quanto custa ter um animal de estimação[10]".

Além disso, considerando os diferentes contextos, podemos admitir adaptações ao problema gerador, para que atenda as particularidades da turma e o seu repertório matemático, caso seja o objetivo do professor.

Mas essas experiências com *pet* não se limitam aos anos iniciais do Ensino Fundamental. Na Educação Infantil, de acordo com a BNCC (BRASIL, 2018), as crianças se encontram em um contexto sociocultural, o qual se deparam com conhecimentos matemáticos que aguçam a curiosidade. Nesse sentido, é necessário que a Educação Infantil promova "experiências nas quais as crianças possam fazer observações, [...] investigar e explorar seu entorno, levantar hipóteses e consultar fontes de informação para buscar respostas às suas curiosidades e indagações" (BRASIL, 2018, p. 43).

Diante disso, na literatura encontramos uma proposta de atividade de Modelagem Matemática de Coutinho (2020), que evidencia a possibilidade de levar a temática *"pets"* para a Educação Infantil e, transitivamente, orientações preconizadas pela BNCC acabam sendo contempladas via atividade desenvolvida. Coutinho (2020) oportunizou que seus alunos investigassem a quantidade de ração e vezes ao dia necessárias para alimentar um cachorro de médio e grande porte. No desenvolvimento da atividade, diversos conteúdos foram utilizados pelos alunos como: quantidade e covariação; raciocínio relativo; espaço; unitarização e medição.

Outra sugestão de convite à atividade na Educação Infantil que pode levar os estudantes a realizar diferentes explorações, é

8. Reportagem disponível em: https://valorinveste.globo.com/educacao-financeira/noticia/2019/06/07/quanto-custa-ter-um-animal-de-estimacao.ghtml

9. Vídeo disponível em: https://youtu.be/l8_-uh2PCmY.

10. Vídeo disponível em: https://youtu.be/jUeVMoQWBb8.

contar a história *Quero um Bicho de estimação* (CHILD, 2013) aos alunos e explorar o conceito matemático de classificação. Neste livro, a autora apresenta várias possibilidades de animais que a personagem desejava ter como bicho de estimação, mas não se caracterizavam como animais domésticos. Deste modo, o professor pode explorar conceitos de diferentes campos de experiências que são apresentados pela BNCC.

No contexto dos anos iniciais do Ensino Fundamental, com base na reportagem indicada do Domingo Espetacular, poderíamos adaptar e pesquisar os gastos com o animal de estimação ao longo de sua vida, pois ter um *pet* é um compromisso a longo prazo. Além disso, para trabalhar com turmas de 2º ano é possível se restringir à primeira pergunta: *Quanto custa para manter o(s) seu(s) animal(is) de estimação?* Abordando conceitos de adição e grandezas e medidas.

Também orientamos para estudo da temática "animais de estimação", a atividade realizada por Tortola (2016) com uma turma de 5º ano. Com base em uma reportagem os próprios estudantes decidiram investigar: *Qual o valor do custo do cachorro e do gato?* Para tanto, inicialmente eles calcularam as despesas mensais e, posteriormente, os gastos anuais de gatos e de cachorros.

A seguir, no quadro 6, apresentamos outras possibilidades de animais de estimação que podem ser considerados no desenvolvimento da atividade, suas despesas e custo médio mensal.

Quadro 6: Animais de estimação e cuidados básicos respectivos a esses.

Animais de estimação	**Despesas**	**Custo médio mensal de acordo com o IPB (2022)**[11]
Cachorros	Alimentação (ração), petiscos, brinquedos, vacinação, anti pulgas, vermifugação, consultas periódicas no médico veterinário, pet shop (banho e tosa) ou água e shampoo para o banho.	Pequeno porte: R$ 274,37 Médio porte: R$ 326,98 Grande porte: R$ 425,24
Gatos	Alimentação (ração), caixa de areia, vacinação, vermifugação, anti pulgas, brinquedos.	O cálculo para gatos adultos é de R$ 205,94

11. Para mais informações, acesse: http://institutopetbrasil.com/fique-por-dentro/investimento-pet/.

Cágados	Alimentação (ração, carnes, verduras, frutas e peixes), água para a manutenção do aquário, energia utilizada para o aquecedor.	Os répteis R$20,50 por pet.
Aves domésticas (canários, papagaios, calopsitas)	Alimentação (ração, frutas e verduras), água para beber e a limpeza da gaiola e brinquedos.	Em média R$17,38 por ave.
Peixes	Alimentação (ração), água para a manutenção do aquário, energia para o aquecedor, carvão ativado e condicionador de água.	Considerando um aquário de 40 litros com 10 peixes pequenos o custo mensal fica em R$94,17.
Hamsters	Alimentação (ração, frutas, legumes, grãos e sementes), água para beber e higienização da gaiola e brinquedos.	O gasto com roedores fica em torno de R$108,25.
Coelhos	Alimentação (ração, frutas e legumes), água para beber e higienização da gaiola e brinquedos.	-

Fonte: Adaptado do IPB

Essas e outras informações também podem ser pesquisadas pelos alunos. E quando tomadas como referências, valer-se delas para discutir e comparar com os alunos se suas resoluções particulares estão convergindo ou divergindo dos valores médios estabelecidos pelo IPB. Aproveite para questionar: *Será que estamos cuidando do pet como deveria?*

Que essa nossa conversa tenha oportunizado a você, leitor, curiosidades e oportunidades com essa temática que não é só do apreço das crianças. Quando o assunto é *pet*, quase todos já tiveram, têm ou pretendem ter. Que a escolha por um *pet* seja consciente e responsável. A Modelagem Matemática pode ajudar nisso!

REFERÊNCIAS

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**: Ensino Médio. Brasília: MEC/Secretaria de Educação Básica, 2018.

BRASIL, **Constituição da República Federativa do Brasil de 1988**. Brasília, DF: Senado Federal, 1988.

BORBA, M.C.; SKOVSMOSE, O. **A ideologia da certeza em educação matemática**. In: SKOVSMOSE, Ole. Educação matemática crítica: a questão da democracia. 1. ed. Campinas: Papirus, 2001.

COUTINHO, L. **Modelagem Matemática e raciocínio proporcional na educação infantil.** 2020. Dissertação (Mestre em ensino de Matemática) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática, Londrina, 2020.

CHILD, L. **Quero um bicho de estimação.** Tradução: Érico Assis. 1ª ed. São Paulo: Editora Reviravolta, 2013.

TORTOLA, E. **Configurações de Modelagem Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental**. 2016. Tese (Doutorado em ensino de ciências e educação matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Programa de Pós Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, Londrina, 2016.

TRIGUERO, L. F. **Articulação entre significados denotativos e conotativos mobilizados pela Modelagem Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental.** 2022. Dissertação (Mestrado em Educação para a Ciência e a Matemática) - Universidade Estadual de Maringá, Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência e a Matemática, Maringá, 2022.

4

QUANTA PELE VOCÊ TEM?!

Camila Bonini Araújo Cassoli[1]
Thayná Felix dos Santos[2]
Bárbara Cândido Braz[3]
https://doi.org/10.54176/DHFZ521

QUEM AQUI TROCA DE PELE?

"Eu não vou deixar ninguém tirar minha pele e esticar ela pelo chão!". Esta fala espontânea revela, além do senso de humor e criatividade das crianças, a primeira estratégia pensada por uma estudante, de oito anos de idade, para resolver um problema posto a ela e seus colegas: Quanto de pele você tem?

Este problema representa a primeira situação proposta a um grupo de nove estudantes, com idade variando entre sete e nove anos, de uma escola pública municipal localizada na região norte do Paraná. No ano de 2018, um grupo de professoras da escola pública onde esse grupo de estudantes estudava procurou pelo curso de Licenciatura em Ciências Exatas da UFPR – *campus avançado de Jandaia do Sul* para que pudéssemos estabelecer, de modo colaborativo, algumas ações voltadas para o ensino de Matemática para uma turma de altas habilidades que desenvolvia atividades no período contraturno, na escola.

1. Professora de Matemática na Educação Básica nas redes pública e particular no Paraná.
2. Professora de Matemática na Educação Básica na rede pública do Paraná.
3. Professora do Colegiado de Licenciatura em Ciências Exatas da UFPR/Jandaia do Sul.

Diante da demanda, as duas primeiras autoras deste capítulo, que na época cursavam a disciplina de Prática Pedagógica de Matemática (PPM), vinculada ao curso de Licenciatura em Ciências Exatas – Matemática; e a última autora, professora da disciplina, propuseram às professoras dessa turma o desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática – doravante Modelagem.

A opção por essa alternativa metodológica não foi aleatória. Dentre as possibilidades que tínhamos, vislumbramos na Modelagem um caminho para que pudéssemos trazer à baila discussões que ultrapassassem àquelas negociações sobre conceitos matemáticos e que oportunizassem tanto discussões sobre outras temáticas, por meio da Matemática, quanto o desenvolvimento de boas negociações, argumentações, apresentações e investigações matemáticas e não matemáticas. Por meio da Modelagem percebemos um caminho para que todas as crianças pudessem ter espaço para aprender Matemática, considerando seus diferentes interesses.

As crianças modelam seu mundo

"As crianças contam pedrinhas; organizam folhas pela forma, pelo tamanho; contam pétalas; observam as formas das nuvens; percebem as regularidades dos pingos de água de uma torneira [...] acompanham o ritmo dos pés de uma centopeia" (RUIZ; BELLINI, 2001, p. 12), parecem enxergar Matemática em muitas situações que vivenciam, fora do contexto escolar. Nas aulas de Matemática, por sua vez, é preciso que nós, professores, pensemos e organizemos situações nas quais essas mesmas crianças sintam-se tão convidadas e engajadas a modelar o mundo, quanto se sentem fora da escola.

Nesse processo de busca por propostas que possibilitem às crianças o exercício da sua criatividade, de desenvolvimento da sua autonomia e de pôr à mostra suas habilidades, um planejamento que considere seus repertórios matemáticos e não matemáticos para a tomada de soluções sobre situações-problema é fundamental. Nessa perspectiva, a Modelagem Matemática tem sido indicada por pesquisadores na Educação Matemática, tais como English (2003), Tortola (2012; 2016) e Zanella e Kato (2018) como uma possibilidade para se ensinar matemática à uma criança.

No âmbito da Educação Matemática, pesquisadores apresentam diferentes concepções acerca da Modelagem, de acordo com suas bases epistemológicas, sociológicas, filosóficas. Dentre as concepções conhecidas, nos pautamos, nesse trabalho, na concepção de Barbosa (2001, p. 31), para quem a Modelagem "[...] é um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a indagar e/ ou investigar, por meio da Matemática, situações com referência na realidade". A concepção se fundamenta em conceitos muito importantes e que dizem tanto sobre o contexto de desenvolvimento de atividades de Modelagem, quanto ao caráter da tarefa proposta aos/pelos estudantes.

Skovsmose (2000) designa o termo "ambiente de aprendizagem" como sendo as condições nas quais os estudantes são motivados a refletir, discutir e resolver situações propostas a eles. Ou seja, são "as condições que definem a organização de um determinado trabalho escolar representam um ambiente de aprendizagem" (BARBOSA, 2001, p. 31). Assim, para Barbosa (2001) a Modelagem Matemática é um ambiente de aprendizagem, na qual o professor faz um convite ao aluno para problematizar e investigar uma situação real com base na Matemática.

NA MINHA PELE NINGUÉM TOCA! Relato do desenvolvimento da atividade pelos estudantes

Planejar uma atividade de Modelagem parece-nos sempre um desafio. Um desafio porque ainda que não possamos prever todos os caminhos que os estudantes escolherão seguir; é preciso procurar antever algumas ações, para que possamos vislumbrar, por exemplo, que perguntas poderemos fazer para orientar o processo de investigação da situação.

No caso desta proposta, muitos eram os desafios, pois as duas primeiras autoras nunca haviam orientado atividades de Modelagem na condição de professoras. Sendo assim, muitas perguntas nos assolavam. Ambas já haviam vivenciado a proposta da atividade, norteada pela pergunta "Quanta pele você tem?", adaptada de Dias e Almeida (2007), na condição de estudantes. Nessa ocasião, no entanto, para responder ao problema foram convidadas a investigar sobre qual a relação entre a dosagem de determinada medicação e o peso – e quantidade de pele – de uma pessoa, por exemplo. Além disso, para responder ao problema, modelaram a situação utilizando conceitos da geometria espacial e conhecimentos sobre funções. Para validar suas respostas, as estudantes haviam utilizado a fórmula de mosteller (A = √ (altura x peso) / 3600), que busca identificar a área da superfície corpórea de uma pessoa.

Essa experiência anterior nos levou a questionar: *Como trabalhar com esse problema com crianças que ainda não conhecem os conceitos matemáticos que utilizamos para responder ao problema? Que matemáticas esses estudantes podem usar para responder ao problema? Que matemáticas as crianças dessa faixa etária vão poder ou querer utilizar?* Essas questões nos fizeram refletir sobre os possíveis caminhos que seriam tomados e buscar alternativas para disponibilizar de materiais, perguntas e respostas que pudessem orientá-los nesse processo. Com isso, entendemos que o planejamento dessa atividade envolve a preparação do ambiente de aprendizagem para o desenvolvimento da atividade. Isso significa que é necessário pensar sobre possíveis ações das crianças e as possíveis ações do professor, de modo a orientá-los.

Nesse cenário, a orientação da professora regente da disciplina de PPM e a das professoras regentes dessa turma foram essenciais para o planejamento, já que elas sabiam as áreas de interesse de cada um dos estudantes e conheciam melhor tanto o seu repertório matemático quanto sobre como abordá-lo com os estudantes.

Conhecendo o repertório matemático dessas crianças, nosso objetivo para solucionar o problema proposto visava trazer aspectos de conceitos atrelados à área e espaço. Sendo assim, colocamo-nos a refletir sobre a forma de abordar a noção de área e espaço, estabelecendo uma unidade de medida apropriada, já que nem todas as crianças conheciam o sistema métrico de medidas, nem a operação de multiplicação. Considerando os tamanhos das crianças, cada uma delas teria, aproximadamente, um metro quadrado de pele. Nesse caso, precisávamos pensar sobre como abordar o metro quadrado com elas.

Para auxiliar, planejamos o uso de materiais manipuláveis que pudessem auxiliar na abordagem desse conceito matemático, que possivelmente poderia emergir naquele ambiente de aprendizagem. Consideramos a elaboração de um quadrado, com 1 metro de lado, construído com papel do tipo Kraft. Ou seja, um quadrado com $1m^2$ de área. A ideia era que as crianças pudessem comparar a área da pele delas com o tamanho da área desse quadrado. Elaboramos também quadrados menores, com 10 cm de lado e 100 cm^2 de área, para que pudessem ser usados como unidade de medida durante essa comparação. Esses quadrados menores poderiam ser colocados sobre a pele até cobri-la totalmente e, assim, serem colados no quadrado maior para que as áreas, da pele e do quadrado, fossem comparadas. Com essas discussões demos início à prática com a turma.

Que pele grande você tem!

A atividade com a temática *pele* foi orientada pela seguinte questão de investigação: "Quanto de pele você tem?". O convite para o desenvolvimento da atividade se deu a partir do questionamento sobre se os alunos tinham animais de estimação. A partir desta pergunta, os alunos mostraram-se empolgados ao relatar suas experiências com animais, mencionando que seus cachorros, gatos e pássaros trocam de pêlos e penas. Ao mesmo tempo, alunos afirmaram que existem outros animais que também trocam de pele, e que inclusive os seres humanos trocam de pele na medida em que eliminamos as células mortas diariamente.

Nesse momento, percebemos que os alunos haviam aceitado o *convite* para participar da atividade e investigar sobre a temática proposta, compartilhando seus conhecimentos prévios sobre a temática.

Em meio a essas discussões, as professoras apresentaram a questão de investigação. Com o problema proposto, uma nova discussão emergiu, fazendo com que hipóteses iniciais fossem levantadas, como: "temos que encontrar a minha altura e minha largura"; "Será a mesma quantidade que minha altura?".

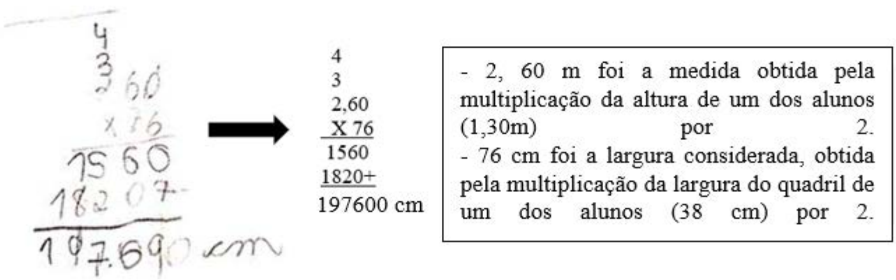
Essas hipóteses iniciais levaram as crianças a se questionar se poderiam desenhar seus corpos, já que segundo uma das estudantes não seria possível *tirar toda a nossa pele e esticá-la no chão para medirmos*. Isso significa que o desenho foi um caminho pensado pela turma para representar matematicamente o corpo humano de modo planificado.

Em meio aos questionamentos e discussões iniciais, já imaginávamos que as crianças poderiam propor se desenhar, pois esta é uma prática bastante comum entre as crianças. Normalmente, elas contornam as próprias mãos nas folhas de papel. Quem nunca se deitou no chão e fez o contorno do próprio corpo? Como já havíamos discutido possíveis encaminhamentos, entregamos uma folha de papel Kraft para que os estudantes pudessem se desenhar. Para facilitar a organização do ambiente de aprendizagem, organizamos as crianças em três grupos para que pudessem discutir entre si possibilidades para se resolver o problema.

Diante disso, antes de tentar se desenhar, os membros dos três grupos discutiram entre si e levaram em consideração que temos pele "na frente", "dos lados" e "nas costas" do corpo. Uma das crianças considerou, então, que a quantidade de pele não dependeria apenas da altura da pessoa, mas que seria necessário saber o peso dessa pessoa.

Como não tínhamos nenhuma balança disponível naquele momento, essa mesma criança explicou que poderíamos levar em consideração "a largura" da pessoa; relacionando, portanto, o peso de uma pessoa à sua altura e largura. Considerando a hipótese de ter que considerar frente e costas, em um dos grupos as crianças multiplicaram a largura e a altura de um dos integrantes do grupo por dois e em seguida multiplicaram uma medida pela outra. Neste grupo, uma das crianças já conhecia o algoritmo da multiplicação e revelou conhecimentos sobre o cálculo de área. Neste mesmo grupo, os estudantes mediram suas alturas e larguras com fitas métricas, com auxílio das professoras orientadoras. Imediatamente, uma das crianças efetuou o seguinte cálculo:

Figura 1
Cálculo realizado para determinar a quantidade de pele por meio da 1° estratégia



Fonte: As autoras.

No entanto, essa estratégia não foi adequada para a resolução do problema, uma vez que este cálculo resultou em um valor que representou o dobro da medida da área da superfície corpórea. Isto porque os estudantes dobraram as duas medidas (da altura e largura) antes de multiplicar uma medida pela outra. Ao obter este resultado, questionamos os estudantes se eles pensavam ser possível que o aluno modelo do grupo tivesse quase 2 m² de pele. Para auxiliar a análise, mostramos a eles que a superfície da mesa da sala em que estávamos tinha, aproximadamente, essa área. De imediato os estudantes disseram que aquela era uma medida superior à quantidade de pele que eles tinham. Neste momento, as crianças chegaram a um consenso de que desenhar uma pessoa facilitaria o processo de resolução do problema.

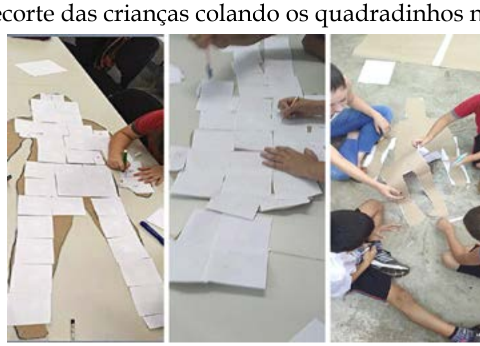
Para isso disponibilizamos papéis kraft para os grupos, de modo a facilitar o desenho do “molde” dos seus corpos. Na Figura 2 ilustramos esse momento.

Figura 2 - Molde das crianças no papel Kraft

Fonte: As autoras.

Após essa construção, as crianças solicitaram uma forma de tentar medir o espaço que tinham delimitado no papel kraft. Para isso, disponibilizamos os quadrados menores de 100 cm^2 de área, para que usassem como unidade de medida. Ao se depararem com os quadrados, concordaram que era preciso cobrir todo o molde (Figura 3) e depois contar quantos quadradinhos foram utilizados. Nesse mesmo instante, algumas crianças desenvolveram uma medição dos lados dos quadrados, mostrando por meio de suas falas que já conheciam algumas unidades de medidas em centímetros, metros e decímetros. Ao mesmo tempo, foi possível que abordássemos esses conceitos matemáticos com toda a turma, por meio de uma discussão coletiva, com auxílio da lousa, fita métrica de 1,50m de comprimento e de trena de 3m de comprimento.

Figura 3: Recorte das crianças colando os quadradinhos no papel kraft



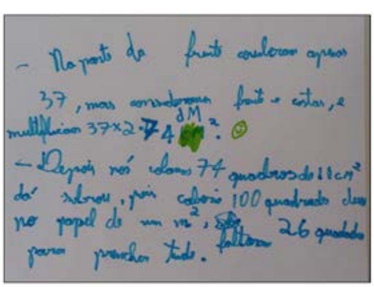
Fonte: As autoras.

Durante as discussões que emergiram no decorrer da construção, os três grupos constataram que não era necessário colar os quadrados na frente e no verso dos moldes, pois poderiam multiplicar a quantidade de quadradinhos utilizados por dois, de modo que encontrariam a quantidade exata de quadrados necessários para cobrir todo o espaço. Também observaram que cada grupo encontrou uma resposta diferente referente a quantidade de quadradinhos usados para resolver o problema e os mesmos justificaram que a variabilidade de respostas estava relacionada com os tamanhos das pessoas que se prontificaram a ser moldadas. Ou seja, afirmaram que a quantidade de pele dependia, essencialmente, de dois fatores: altura e peso da pessoa moldada.

Com a finalidade de promover reflexões matemáticas sobre a situação, realizamos o seguinte questionamento: analisando as medidas que determinaram, será que vocês têm um metro quadrado de pele? Para auxiliar na compreensão dessa unidade de medida, mostramos às crianças um quadrado com 1m de lado e, portanto, 1m² de área, produzido num papel Kraft. Ao ter contato com esse material, os alunos tiveram a ideia de comparar as medidas dos moldes com a medida do quadrado apresentado por meio dos quadradinhos colados nos moldes. Para tanto, retiraram todos os quadradinhos dos moldes e tentaram encaixar um por um no quadrado de 1 m² de área.

Diante da discussão mobilizada, solicitamos que cada um dos grupos apresentasse suas conclusões oralmente e por meio de um relatório escrito. A Figura 4 mostra parte do relatório de um dos três grupos:

Figura 4: Relatório final de um dos grupos



- Na parte da frente couberam apenas 37 (*quadrados*), mas consideramos frente e costas, e multiplicamos 37x2=74dm².
- Depois nós colamos 74 quadrados de 10 cm, daí sobrou (*espaço no quadrado de 1m²*) pois caberia 100 quadrados desses no papel de um m2, faltaram 26 quadrados para preencher tudo.

Fonte: As autoras.

Esses relatórios contribuíram tanto para a socialização final, na qual, cada grupo apresentou suas estratégias, quanto permitiram que orientássemos e identificássemos as (in)compreensões dos estudantes no momento em que sistematizaram de modo escrito os caminhos investigativos percorridos.

CONVERSA COM QUEM GOSTA DE MODELAGEM MATEMÁTICA

No texto "Sobre moluscos e homens", Rubem Alves nos lembra que "[...] a aprendizagem só acontece em resposta aos desafios vitais no momento (insisto na expressão "no momento"; a vida só acontece "no momento") da vida do estudante". E é nesse sentido que o aceite ao convite para a aula de Matemática não deve ser ignorado.

Neste texto, relatamos uma experiência na qual uma turma de estudantes se envolveu numa atividade de Modelagem Matemática na qual foi convidada a investigar quanto de pele tem uma pessoa. O desenvolvimento da atividade só foi possível porque os estudantes se engajaram na resolução do problema que lhes foi proposto. Assim como numa conversa, se uma atividade responsiva não existisse, um ambiente de aprendizagem pautado num cenário para investigação também não seria possível. No momento em que as crianças aceitaram os vários convites que lhes foram feitos no decorrer das aulas, muitos outros assuntos de seus interesses vieram à discussão e nos ofereceram ótimas oportunidades para novas problematizações junto à turma. Muitas das situações que poderiam ser investigadas com essa turma ficarão aqui como sugestões para você, que gosta de Modelagem Matemática e/ou que gosta de conversar sobre Modelagem e compartilhar ideias por aí, por aqui e acolá...

Quem convive de alguma forma, com crianças sabe que um interesse bastante comum a elas é pela arte do desenho. Não foi à toa que imaginamos que a turma que participou da atividade aqui descrita pensaria em desenhá-los para que pudessem calcular a quantidade de pele que tinham. Essa atitude parece ser quase que um instinto humano. Os desenhos são construções que permitem que conheçamos um tanto da nossa ancestralidade. Foi a nossa necessidade de comunicação que nos conduziu às primeiras manifestações artísticas, como a arte rupestre. De modo sintético, podemos chamar de arte rupestre criações artísticas feitas em rochas há milênios atrás. Embora não conheçamos a idade exata das imagens, já que apenas 5% delas são datadas com precisão, os achados mais antigos deste tipo de arte datam de aproximadamente 40000 a. C.

Dentre as criações artísticas feitas em rochas, podemos falar sobre a gravura e a pintura rupestres. Particularmente, quanto a pintura rupestre, uma das mais antigas das quais temos registros é a chamada mão em negativo. A técnica utilizada na pintura das mãos em negativo é uma das mais brilhantes da história. Nas cavernas, apoiava-se as mãos sobre as paredes rochosas e com um canudo, feito de ossos de animais, soprava-se a tinta sobre a mão. A parte em torno da mão ficava, então, colorida e a parte coberta não. Essa tinta era feita com sangue da caça, trituração de rochas, óleos...

Figura 5: Mãos em negativo na *Cueva de las Manos*, Argentina

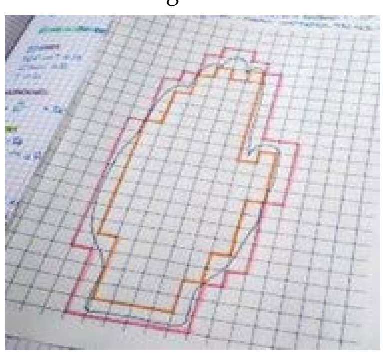
Disponível em: https://www.todamateria.com.br/arte-rupestre/

Estas referências históricas e artísticas podem ser um belo convite para que nossos estudantes reconstruam este processo e calculem a área da palma das suas mãos. A partir de discussões sobre arte rupestre, pode-se propor aos estudantes que desenhemos nossas mãos, reproduzindo a técnica descrita anteriormente.

Podemos, inclusive, utilizar canudos reutilizáveis e produzir tintas com diferentes tipos de solos para esta arte. Para produzir a tinta de solos, você precisará de: 1) uma porção de solo; 2) água; 3) cola; 4) peneira. Para fazer a tinta, você precisará misturar os ingredientes segundo as proporções: 2 partes de solo, 2 partes de água, 1 parte de cola branca. Você pode ter acesso a uma receita mais detalhada aqui:

Como pôde notar, a própria produção da tinta já pode render uma tarefa matemática bem animada! Com a tinta pronta e a mão em negativo desenhada, podemos pedir aos estudantes que desenhem suas mãos numa malha quadriculada e calculem quanto de pele tem a palma da sua mão, como ilustra a Figura 6.

Figura 6:



O contorno da mão, com os contornos dos quadrados inteiros e parciais.
Fonte: Gallo, 2021.

Agora, além de saber quanto de pele você tem no corpo, você pode explorar outras unidades de medidas, para produzir tintas e calcular a área da palma das mãos...dos pés... e deixar a criatividade conduzir o processo matemático. Mãos à obra?!

REFERÊNCIAS

BARBOSA, J. C. Modelagem na Educação Matemática: contribuições para o debate teórico. In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 24., 2001, Caxambu. **Anais...** Rio Janeiro: ANPED, 2001.

DIAS, M. R.; ALMEIDA, L. W. Modelagem Matemática em cursos de formação de professores. In: BARBOSA, J. C.; CALDEIRA, A. D.; ARAÚJO, J.L. (Eds.). **Modelagem Matemática na Educação Matemática Brasileira:** pesquisas e práticas educacionais (p.161-174). Recife, Brasil: SBEM, 2007.

ENGLISH, L. Mathematical modelling with Young learners. In: LAMON, S. J.; PARKER, W. A.; HOUSTON, S. K. (Eds.). **Mathematical Modelling:** a way of life. Chichester: Horwood Publishing, 2003. p. 3-18.

GALLO, M. T. Maths With fruit. **Science in School** – The European journaol for Science teachers. Março de 2021, ed. 52.

RUIZ, A. R. BELLINI, L. M. **Matemática**: Epistemologia Genética e Escola. Londrina: UEL. 2001.

SKOVSMOSE, O. Cenários para Investigação. **Bolema**, Rio Claro, v. 13, n. 14, p. 66-91, abr. 2000.

TORTOLA, E. **Os usos da linguagem em atividades de modelagem matemática nos anos iniciais do ensino fundamental**. 168 p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, UEL, Londrina, 2012.

TORTOLA, E. **Configurações de modelagem matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental**. 2016. 304 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2016.

ZANELLA, M. S.; KATO, L. A. Modelagem Matematica nos anos iniciais do Ensino Fundamental a partir do enfoque por competências. In: ENCONTRO PARANAENSE DE MODELAGEM EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 12, 2014. **Anais...** Cascavel, 2018.

5

LARANJA, LARANJEIRA, LARANJADA...

Flavia Pollyany Teodoro [1]
Bárbara Cândido Braz [2]
Adriana Romano da Silva [3]
Damares Luiz da Costa Barbosa [4]
Irinelsa Aparecida de Oliveira [5]
Neli Francisca Pereira[5]
Tânia de Carvalho[5]
https://doi.org/10.54176/DQER4812

O QUE É QUE A LARANJA TEM?

Que a laranja tem vitamina C e outras propriedades nutritivas dissolvidas no seu suco, bagaço e casca, a gente já sabe. Dessa fruta cítrica que tem a cara do Brasil, fazemos bolo, chá, doces, molhos e... quem aí não gosta de um bom e refrescante suco de laranja? Destas receitas, passadas de geração em geração a gente entende bem. Mas... e a Matemática? Que Matemática a laranja tem?

As respostas para esta última pergunta pareciam pouco prováveis para um grupo de cinco professoras atuantes nos Anos Ini-

1. Universidade Estadual do Paraná- Campus de Campo Mourão – Departamento de Matemática.

2. Universidade Federal do Paraná- Campus Avançado de Jandaia do Sul.

3. Professora da Educação Básica – Escola Mercedes Romero Panzeri – Sarandi - PR.

4. Professora da Educação Básica – Escola Yoshio Hayashi – Sarandi-PR

5. Professora da Educação Básica – Escola Municipal São Francisco de Assis, Sarandi-PR.

ciais do Ensino Fundamental – doravante professoras – que compunham, junto às duas professoras atuantes no Ensino Superior – doravante professoras formadoras – um grupo de formação em Modelagem Matemática. No decorrer do ano de 2019 neste grupo, que se reunia há três anos, as professoras, co-autoras deste texto, se mostraram inquietas e interessadas em planejar atividades matemáticas para as suas turmas de 1º à 5º ano, partindo de temáticas que possibilitassem discussões sobre outras áreas do conhecimento, por meio de argumentos matemáticos. Neste contexto, as duas professoras formadoras, também autoras deste texto, propuseram que estudássemos sobre conceitos matemáticos por meio da temática suco da laranja.

Apesar da surpresa inicial com a possibilidade de abordar noções matemáticas utilizando uma fruta como tema, após discussões e reflexões as professoras planejaram, junto com as professoras formadoras, uma atividade de Modelagem Matemática, que utilizava os conceitos matemáticos previstos para os diferentes níveis nos quais atuavam. A atividade, em todos os níveis foi direcionada pela seguinte questão adaptada de Almeida, Silva e Vertuan (2016): *Quanto de suco tem uma laranja?*

Neste capítulo, te convidamos a conhecer como uma mesma pergunta diretriz pode fundamentar práticas em diferentes níveis de ensino, considerando os repertórios matemático e não matemático que os alunos conhecem e/ou podem conhecer. Para tanto, relatamos as práticas das cinco professoras, para as quais atribuímos nomes fictícios, desenvolvidas em suas turmas, Ana (1º ano), Alice (2º ano), Laura (3º ano A), Luiza (3º ano B) e Helena (5º ano). Com exceção da atividade desenvolvida na turma de 5º ano, com duração de aproximadamente quatro horas-aula, as práticas ocorreram em dois dias de aulas, num período médio de oito horas-aulas em cada uma das turmas.

Inicialmente, relataremos a forma como cada professora orientou os processos de proposição e problematização da temática na sua turma. Após a problematização, optamos por apresentar os procedimentos desenvolvidos pelas professoras de forma articulada, elucidando encaminhamentos comuns seguidos por elas ao mesmo tempo em que seus alunos propõem resoluções diferentes, particulares a cada nível de ensino. No decorrer do texto fazemos alusão a discussões mantidas entre as professoras formadoras e as professoras atuantes nos Anos iniciais do Ensino Fundamental no processo de planejamento coletivo das atividades desenvolvidas em cada turma. Estas negociações ocorreram nos momentos de encontros formativos, desenvolvidos antes, durante e após as práticas com Modelagem Matemática pelas professoras, nas suas turmas.

TEM UM SUCO DE LARANJA NA MINHA AULA DE MATEMÁTICA

- *1º ano – a experiência orientada pela professora Ana:*

"Suco Gelado. Cabelo Arrepiado. Qual é o suco mais votado?"

Esta parlenda foi usada como convite à atividade de Modelagem Matemática, desenvolvida pela professora Ana, na sua turma de 1º ano. A partir desta prática (leitura de parlenda) que já era um hábito na sua turma, a professora questionou os alunos sobre qual suco eles mais gostavam. Como Ana já esperava, sucos de diversos sabores foram indicados. Para que pudesse organizar os dados de modo que uma análise quantitativa fosse possível, a professora, inicialmente, organizou junto aos alunos, os dados numa tabela. Esta tabela foi construída colaborativamente na lousa.

Ao mesmo tempo, cada aluno recebeu um arquivo com a forma desta tabela impressa, para que pudesse preenche-la (Figura 1). A partir desta representação tabular, os dados foram organizados num gráfico de colunas. Todo este processo foi percorrido coletivamente. Os alunos coletaram os dados e com auxílio da professora os organizaram na lousa e nos arquivos impressos que receberam, como indica a Figura 1.

Figura 1: Construção colaborativa da coleta e organização dos dados

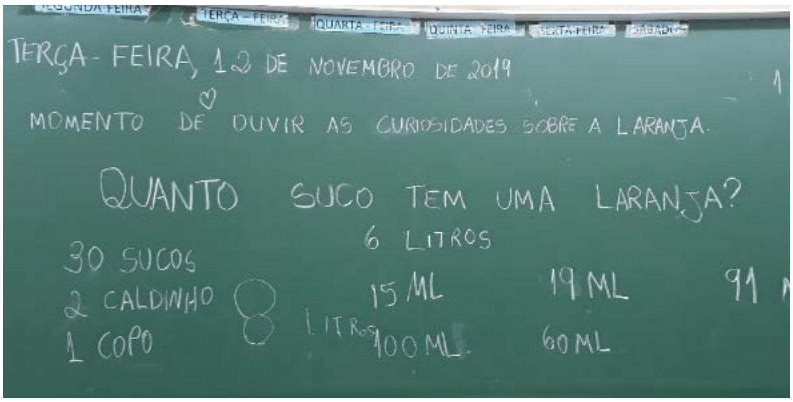
Fonte: Arquivos da pesquisa.

A professora Ana optou por utilizar o material de apoio – arquivos com as estruturas da tabela e do gráfico impressos – na sua turma, porque os alunos ainda estavam aprendendo a lidar com a régua e organização de informações. A opção pelo uso deste material foi definida em conjunto com as participantes do grupo de formação em Modelagem Matemática, pois caso os alunos ficassem responsáveis por desenhar o gráfico, o objetivo da tarefa, que consistia na análise quantitativa dos dados coletados na/pela turma e que fundamentariam o desenvolvimento da atividade, poderia ficar para segundo plano. Isto porque a turma poderia dedicar-se mais à construção das estruturas da tabela e do gráfico do que à análise da situação.

Além da organização prévia de materiais para a turma do 1º ano, as professoras concordaram que a prática colaborativa de organizar e analisar os dados com seus alunos, em todos os níveis de ensino, possibilitaria que as turmas percebessem a relação de dependência entre as variáveis: suco de frutas e quantidade de alunos. A organização dos dados construídos por meio das respostas dos alunos foi uma prática comum em todas as turmas nas quais esta atividade foi desenvolvida. Ao mesmo tempo, cada professora orientou de modo consonante ao repertório matemático e não matemático dos seus alunos à organização destes dados.

Na turma de 1º ano, a partir da análise do gráfico, que indicava o suco de laranja como o mais votado, a professora orientou que a turma desenvolvesse uma pesquisa sobre a laranja e levasse as informações para a próxima aula. Na aula seguinte, os alunos apresentaram curiosidades sobre a laranja e a professora apresentou texto e vídeos informativos sobre a temática. Este material fundamentou a proposição do problema, pela professora: quanto suco tem uma laranja? A partir deste questionamento, várias respostas foram dadas pelos alunos, como: 30 sucos, 19 ml, 1 copo, como indica a Figura 2.

Figura 2:Estimativas da turma de 1º ano sobre a quantidade de suco de uma laranja



Fonte: Arquivo da pesquisa.

Em meio a estas estimativas, a professora propôs que a turma, em grupos, pensasse numa forma de investigar a problemática. Os alunos sugeriram cortar a laranja, espremê-la e medir a quantidade de suco. Esta foi, também, uma sugestão dada pelas turmas de 2º, 3º (A, B) e 5º anos, como descrevemos nas páginas seguintes.

- *2º ano – a experiência orientada pela professora Alice*

De modo análogo aos procedimentos seguidos pela professora Ana, a professora Alice iniciou a sua aula questionando sua turma sobre o que poderiam tomar para saciar a sede naquele dia em que fazia calor. De imediato os alunos indicaram várias bebidas, dentre elas, o suco.

A partir desta indicação, Alice perguntou qual suco era o preferido dos alunos. Para organizar os dados provenientes das respostas à esta indagação, orientou os alunos na construção de uma tabela que apresentava estes dados e, a partir dela, a utilizar papel quadriculado, para que pudessem construir um gráfico de colunas. Neste gráfico, instruiu que a turma representasse na horizontal os sabores de sucos indicados e na vertical a quantidade de alunos votantes em cada sabor de suco. Analisando o gráfico, os alunos concordaram que embora o suco de laranja não tivesse sido o mais votado, ele era o mais acessível a todos e o mais fácil de ser produzido. Sendo assim, a professora Alice orientou que os alunos levassem para a próxima aula uma laranja e curiosidades sobre essa fruta.

Na aula seguinte, informações sobre a fruta foram compartilhadas. De modo geral, foram discutidos textos e vídeos informativos com conteúdo sobre: história da laranja, curiosidades sobre o uso da sua casca, propriedades nutricionais, dentre outros aspectos.

A partir destas discussões, a problemática que fundamentou a atividade de Modelagem Matemática foi proposta. Os alunos indicaram alguns valores iniciais sobre quantidade de suco de uma laranja, como: 30 sucos; um copo de 5 cm. A partir destas respostas, a professora os instigou, em grupos, a procurar uma maneira de conferir se aquelas respostas faziam sentido. Neste contexto, os alunos sugeriram diferentes caminhos, como: medir com a régua a quantidade de suco contida no copo em centímetros; cortar a laranja, espremer o suco num copo e medir essa quantidade de suco de cada laranja.

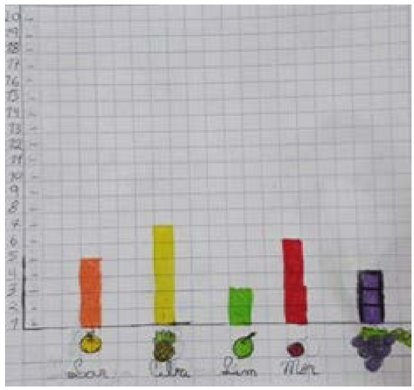
- *3º ano A – a experiência orientada pela professora Laura*

"Olá crianças. Tudo bem? Nossa, como está calor! O que poderíamos beber para nos refrescar? Que bom se tivéssemos um suco geladinho para tomar".

A partir desses dizeres a professora Laura promoveu o convite à Modelagem Matemática. Com os alunos sentados em círculo no chão da sala, e com almofadas jogadas ao chão, numa roda de conversa, ela se orientou pelos questionamentos: *Que suco vocês mais gostam? Em quais situações costumam tomar suco? Qual é a importância de se tomar líquidos diariamente? Na sua casa quais sucos sua família consome?,* com o objetivo de problematizar a preferência de sucos da turma.

A partir da discussão, a professora orientou a construção de um gráfico de colunas representando estes dados, como indica a Figura 3.

Figura 3: Construção colaborativa da coleta e organização dos dados



Fonte: Arquivo da pesquisa.

É interessante notar que, de modo geral, os alunos representaram no eixo vertical, que indica a quantidade de alunos que escolheu cada sabor de suco, valores até o número 20. Esta era a quantidade de alunos presentes na aula naquele dia. Os gráficos foram construídos pelos alunos com orientação docente, em papel quadriculado. Por meio desta construção a professora explorou conceitos matemáticos previstos para este nível de ensino.

Em meio à abordagem dos conceitos matemáticos, a professora questionou qual era, dentre aqueles sucos indicados, o mais consumido pelos alunos. A turma concordou que o suco mais comum era o de laranja, pela facilidade de acesso à essa fruta. Neste contexto, a professora solicitou que os alunos pesquisassem novas informações sobre a laranja e seu suco para que pudessem compartilhar com os colegas no dia seguinte de aula. No momento de discussões sobre as pesquisas desenvolvidas pela turma e apresentação de vídeos levados pela professora, o problema de Modelagem Matemática foi proposto.

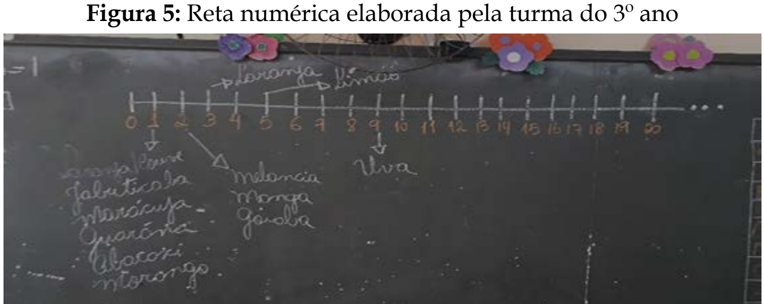
Tal como nas demais turmas, os alunos indicaram algumas estimativas para responder à pergunta, dizendo, por exemplo, que uma laranja tem: 5 ml, 50ml e 1l de suco. Para explorar essas estimativas, com o objetivo de avaliar suas pertinências, a professora entregou uma laranja para cada aluno e comparou as medidas indicadas pela turma com medidas de capacidade de alguns objetos, como garrafas de água de 500 ml, uma garrafa de 1l, copos plásticos menores e jarras. Diante das discussões geradas por estas comparações, em pequenos grupos formados, alguns alunos sugeriram cortar e espremer a laranja, outros sugeriram pesá-la sem casca, de modo a medir quanto de suco ela tinha.

- *3º ano B – a experiência orientada pela professora Luiza*

Na turma de 3º ano da professora Luiza, a discussão inicial sobre a temática suco da laranja foi feita, também, a partir de questionamentos da docente sobre o que poderiam beber para se refrescar num dia de calor. Os alunos logo sugeriram que o suco era uma alternativa. Neste contexto, a professora perguntou sobre que sabor de suco os alunos gostavam e sistematizou, junto com a turma, os sabores de sucos e quantidade de alunos votantes para cada tipo dele, na lousa.

Para organizar os dados, além do gráfico de colunas e da representação tabular, a reta numérica foi indicada por um aluno como uma possibilidade para representar os sucos de preferência destes alunos de acordo com a quantidade de escolhas, como mostra o registro da Figura 5.

Figura 5: Reta numérica elaborada pela turma do 3º ano



Fonte: Arquivo da pesquisa.

Provavelmente, esta indicação do aluno ocorreu porque, em aulas anteriores, a professora abordou o reconhecimento de números naturais na reta numérica. Isto indica uma prática comum, historicamente legitimada nas aulas de Matemática na educação formal: o professor aborda um novo conceito matemático; apresenta exemplos e exercícios nos quais aquele conceito é utilizado e, ao fim daquela unidade de ensino propõe situações – da mais fechada para a mais aberta, normalmente – nas quais aquele determinado conceito deve ser utilizado para responder uma situação proposta. Nesta ocasião, no entanto, a professora aproveitou a oportunidade para discutir outras ideias matemáticas não mencionadas pela turma, como a (in)finitude da reta. Isto porque os alunos haviam indicado sua construção entre os números (naturais) 0 e 20, apenas. Assim, como nas outras turmas, nesta a professora problematizou o tema a partir das informações pesquisadas pelos alunos e pelos vídeos levados por ela.

A partir das discussões sobre os registros matemáticos, que indicavam o suco de laranja como um dos mais consumidos, e a temática da atividade, a professora questionou a turma sobre quanto de suco tem uma laranja. Os alunos logo indicaram algumas respostas, como: 1l, 50 ml, 15 ml, 52ml, 60ml, 20ml, dentre outras. Tal como no 3º ano A, a professora Luiza comparou as medidas indicadas pela turma com a capacidade de alguns objetos como jarras, copos e garrafas levadas por ela.

Diante das medidas indicadas, destoantes entre si, a professora sugeriu que os alunos, organizados em grupos menores, pensassem numa forma de calcular a quantidade de suco de uma laranja. A turma sugeriu procedimentos como: cortar a laranja, pesá-la; espremer seu suco e medir a quantidade de suco dela.

- *5º ano – a experiência orientada pela professora Helena*

Na turma do 5º ano, como a atividade foi desenvolvida em um único dia, no período de quatro horas/aula, foi preferível não realizar a prática de pesquisa. A professora Helena apresentou alguns textos e vídeos informativos, problematizando a situação sobre a temática suco da laranja junto à turma.

Na turma da professora Helena, portanto, após a discussão sobre as informações compartilhadas pela docente, a pergunta: qual o sabor de suco preferido do 5º ano? foi feita. A partir deste questionamento, tal como nas outras turmas, os dados foram coletados e, depois, organizados num gráfico de colunas. Nesse caso, cada aluno construiu o gráfico no seu caderno, numa malha quadriculada. Em seguida, a professora o construiu coletivamente na lousa com a turma. Por meio da análise do gráfico construído, a professora perguntou: "a gente pega uma laranja (pega a laranja), mas a gente nunca parou para pensar sobre ela, quanto você acha que tem de suco em uma laranja?". Diante da pergunta os alunos indicaram respostas como: 65ml, 60ml, 47ml. A professora então entregou uma laranja para cada aluno, os organizou em grupos menores e propôs que investigassem quanto de suco teriam aquelas laranjas.

Corta, espreme e mede: os procedimentos comuns adotados pelas turmas

De modo geral, vários procedimentos comuns foram adotados nas turmas do 1º ao 5º ano, como descrevemos nas páginas anteriores. Estes encaminhamentos dizem respeito à forma de organização didática da situação, como: a disposição das turmas em grupos menores; o modo de proposição da temática; o compartilhamento de informações sobre a temática (por professoras e alunos ou pela professora, apenas); a forma de produção, coleta e organização dos dados – a partir de um levantamento sobre o suco de preferência dos alunos – e a forma de orientação da atividade de modo a encaminhar o processo para que as laranjas fossem cortadas e seu suco medido, de alguma forma, ainda que outras estratégias tivessem sido indicadas pelas turmas.

Nas turmas de 1º, 2º e 3º anos, cada grupo recebeu 1 laranja, que foi cortada, espremida e por vezes, pesada numa balança disponibilizada por cada professora regente. Na turma do 5º ano, a professora optou por distribuir uma laranja para cada membro do grupo. Diferentes estratégias de resolução emergiram nesse encaminhamento, conforme mostram as Figuras 6, 7, 8, 9 e 10.

Figura 6: Estratégia de um grupo do 1º ano - espremer a laranja e medir o seu suco	Figura 7: Estratégia de um grupo do 2º ano - medir com a régua a quantidade de suco contida no copo em centímetros	Figura 8: Estratégia de um grupo do 3º ano B - pesar a laranja usando o peso de uma garrafa com água como referência e comparar a quantidade de água disponível na garrafa com a quantidade de suco da laranja
		
Figura 9: Estratégia de um grupo do 3º ano A - cortar a laranja, pesá-la sem casca; espremer seu suco e medir a quantidade de suco dela		Figura 10: Estratégia de um grupo do 5º ano - pesar a laranja; espremer seu suco num copo descartável e medir a quantidade de líquido dela
		

Fonte: Arquivos da pesquisa.

No 1º ano, a estratégia utilizada por todos os grupos foi espremer a laranja e medir a quantidade de líquido obtido. Na turma do 2º ano um grupo mediu com a régua a quantidade de suco, alocado num copo, em centímetros (altura). Sem atribuir significado à unidade de medida utilizada, optaram por utilizar a proveta como instrumento de medida. Na turma do 3º ano B, um grupo buscou equilibrar uma laranja à uma garrafa com água, apoiado por uma régua, entendendo que ao estabelecer o equilíbrio, encontraria a quantidade de suco existente em uma laranja como correspondente à quantidade de água da garrafa. Na turma do 3º ano A, um grupo ao pensar na estratégia de pesar a laranja, optou por descascá-la, admitindo que a casca e parte do bagaço da laranja influenciam a quantidade de suco, já que buscavam relacionar o peso à quantidade de suco da laranja.

Apesar das diferentes estratégias indicadas nas turmas, ao fim do processo em todas elas os grupos optaram por cortar e espremer as laranjas, medindo com uma proveta graduada e/ou copo medidor a quantidade de suco existente em uma laranja. É importante destacar que os materiais (proveta, copo, jarra e balança) foram entregues aos alunos, somente quando solicitado por eles.

Este procedimento, adotado em todas as turmas (cortar, espremer e medir o suco da laranja), foi de algum modo orientado pelas professoras que haviam vivenciado esta mesma atividade, na condição de alunas, nos encontros formativos sobre Modelagem Matemática. Naquele contexto formativo, esta atividade foi orientada pelas professoras formadoras e as professoras optaram por responder a pergunta diretriz da atividade por meio destes procedimentos: cortar as laranjas, espremer seu suco e medi-lo com auxílio de instrumentos apropriados. As professoras, então, se sentiram mais à vontade para conduzir o processo de investigação utilizando essa estratégia, cujos caminhos já conheciam e que também foi apontada por seus alunos. Este é processo natural àqueles(as) que estão iniciando suas jornadas como professores que utilizam a Modelagem Matemática nas aulas de Matemática.

Embora alguns grupos tenham calculado as massas das laranjas, eles não utilizaram os dados para a resolução. Provavelmente porque esta ação não foi incentivada pelas professoras. Se pensarmos que as laranjas são vendidas por grama/quilogramas, podemos admitir maior sentido investigar quanto suco contém uma laranja considerando também a sua massa, ou seja, a relação existente entre o seu suco e a sua massa. Essa abordagem pode ser incentivada pelo professor, visando o trabalho com medidas de massa.

Mas afinal, quanto de suco contém uma laranja, se cada grupo obteve um valor diferente? Questionamentos como esse foram feitos pelas professoras para que os alunos compreendessem a necessidade de determinar um valor aproximado para a quantidade de suco de uma laranja, considerando os resultados de todos os grupos, em cada turma. As professoras tinham como objetivo incentivar o cálculo da média entre as quantidades de suco obtidas por cada grupo.

Na turma do 1º ano, a partir dos resultados obtidos pelos grupos, a professora Ana explorou, junto aos alunos, uma aproximação para o valor central dentre os obtidos, determinando a mediana. Uma sugestão para o cálculo da média com alunos do 1º ano, que ainda não operam com algarismos, é que o professor adicione em uma jarra as quantidades de sucos obtidas pelos grupos e em seguida divida o suco em copos (correspondente a quantidade de grupo). Nas turmas de 2º ano e 3º ano A, houve a necessidade de orientação das professoras para o cálculo da média, pois este conceito não havia sido abordado nestas turmas anteriormente. Já no 3º ano B e no 5º ano, esta ação foi indicada pelos próprios alunos. No 3º ano B, o aluno sugeriu que a professora Luiza somasse as quantidades de suco obtidas pelos grupos e dividisse pela quantidade de grupos.

A partir dos resultados, algumas professoras retomaram as estimavas feitas pelos alunos no início das atividades, questionando-os sobre elas, e validando os resultados obtidos. Nas turmas de 2º e 3º anos, elas ainda exploraram a conversão de medidas, com situações como a composição de 1 litro a partir de 10 medidas de 100 mililitros ou de 20 medidas de 50 mililitros. Para tanto, elas convidaram seus alunos para que com água completassem no copo medidor e/ou proveta a medida correspondente a 50 mililitros e 100 mililitros, respectivamente, e que colocassem em uma jarra com capacidade de 1 litro. Ao mesmo tempo, elas anotaram no quadro as quantidades acrescidas, até formar l litro. Igualmente, exploraram outras quantidades de líquidos.

Em todas as turmas a atividade de Modelagem Matemática permitiu tanto a abordagem de conceitos matemáticos já conhecidos pelos alunos, quanto a abordagem de novos conceitos matemáticos por meio da tarefa proposta, como a construção dos gráficos. Neste sentido, as professoras utilizaram a proposta para investigar situações matemáticas e não matemáticas, de modo que pudessem abordar conceitos matemáticos e de outras áreas do conhecimento previstos no currículo de cada um daqueles níveis de ensino. Neste processo nenhuma docente considerou um obstáculo o fato de precisar introduzir conceitos não previstos para àqueles momentos, nas suas aulas. Pelo contrário, consideraram boas oportunidades para sistematizar conhecimentos que foram requeridos pela situação de estudo e pelos próprios alunos no processo de investigação.

CONVERSA COM QUEM GOSTA DE MODELAGEM MATEMÁTICA

"Se fosse ensinar a uma criança a beleza da música não começaria com partituras, notas e pautas. Ouviríamos juntos as melodias mais gostosas e lhe contaria sobre os instrumentos que fazem a música. Aí, encantada com a beleza da música, ela mesma me pediria que lhe ensinasse o mistério daquelas bolinhas pretas escritas sobre cinco linhas. Porque as bolinhas pretas e as cinco linhas são apenas ferramentas para a produção da beleza musical. A experiência da beleza tem de vir antes" (RUBENS ALVES).

Despertadas pelos convites, as crianças experienciaram a investigação de uma situação não necessariamente Matemática, mas que mergulhadas nela, se lançaram à Matemática. A *experiência da beleza* antecipou as partituras, notas e pautas Matemáticas. A forma de engajamento se tornou mais natural e nos pareceu bastante efetivo para que o suco de laranja tomasse conta da aula de Matemática.

Em nenhum momento as crianças foram "avisadas" que estavam em uma aula de Matemática. A imersão deu-se pelas diferentes formas de convites. Foram as tarefas, as parlendas, a dança, as formas de orientações e o cenário arquitetado, que ritmaram o trabalho com a Modelagem Matemática.

Entendemos que diferentes *experiências da beleza* podem reger a sala de aula. Estudos tomados pelo suco de laranja em aulas de

Matemática nos diferentes níveis de ensino, revelam possibilidades para a *experiência da beleza*. Foram práticas que indicaram, por exemplo, como a "cintura" (circunferência) da laranja, colhidas na laranjeira ou escolhidas na quintada, se relaciona com a medida do comprimento da sua circunferência e com a quantidade de seu suco (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2016); ou ainda como podemos usar a equação geral do elipsoide para o cálculo do volume de uma laranja e ainda discutir sobre o lugar da produção de laranja na atividade econômica (VIDOTTI, 2019). Houve ainda, quem utilizou do suco de laranja para desenvolver experiências como aluno e projetar ações (docentes) para as suas salas de aula (GOMES, 2018).

As experiências são múltiplas e as oportunidades de estratégias, conteúdos e modelos possíveis, também. E se ao invés do suco de laranja, o suco de limão ou de tangerina invadisse a aula de Matemática? E se além da quantidade de suco, explorássemos as cascas das frutas? Gallo (2021) de forma sugestiva e curiosa apresenta duas maneiras de explorar o volume e a superfície de frutas e legumes. O cálculo do volume é feito a partir do mergulho desses alimentos em um recipiente com água. A Figura 11 apresenta a descrição da prática.

Figura 11: Marcação de recipientes para medir volumes de frutas

1. Antes de descascar frutas ou legumes, coloque um item em um recipiente alto.

2. Adicione água suficiente para cobrir o item, empurrando-o para baixo com um garfo (ou caneta) para que fique completamente imerso. Marque o nível de água atingido (Figura 11, esquerda).

3. Retire a fruta e marque o nível inferior da água (Figura 11, à direita).

4. Em seguida, coloque um pouco de água no jarro medidor e observe o volume. Despeje a água do jarro de medição no outro recipiente para atingir o nível superior (com a fruta imersa) previamente marcado, e observe o novo, reduzido volume no jarro medidor.

5. Para encontrar o volume da fruta, subtraia o segundo medir o volume do jarro a partir do primeiro volume. Isto é a quantidade de água adicionada para repor o volume do fruto.

6. Faça o mesmo com a outra fruta (menor ou maior) ou item vegetal, registrando o volume de cada item.

Fonte: Gallo (2021, p. 3)

Talvez uma melancia necessite de um recipiente maior. Mas tudo bem um balde adentrar a aula de Matemática, não é mesmo?

Para o cálculo da área da superfície da fruta ou do legume, será preciso um papel quadriculado para disposição dos retalhos da casca. Veja a orientação para a prática na Figura 12.

Figura 12: Determinar a área de superfície da fruta descascando e contando quadrados

1. Descasque a fruta ou legume maior com muito cuidado, para obter tiras tão longas e largas quanto possível.
2. Coloque todas as tiras de casca no papel quadriculado, colocando as bordas das peças o mais próximo possível para evitar espaços vazios.
3. Usando uma caneta marcadora, desenhe uma linha próxima ao redor da forma criada (Figura 12).
4. Faça o mesmo com a fruta ou vegetal menor item. Tenha cuidado para manter todos os pedaços de casca de um item separado do outro item.
5. Conte os quadrados cobertos pela casca para cada fruta ou vegetal e registre esse número no papel quadriculado. Esta é a área da superfície, em cm^2.

Fonte: Gallo (2021, p. 3)

Seja um limão, uma laranja, uma tangerina ou uma melancia, que as práticas aqui discutidas possam inspirar outras... Deixe *a experiência da beleza* reger suas práticas ...

Lembrando sempre...

Quando a vida lhe der laranja, faça dela um suco!

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, L.W.; SILVA, K. P.; VERTUAN, R.E. **Modelagem Matemática na Educação Básica**. 1. Ed., reimpressão - São Paulo: Contexto, 2016.

GALLO, M. T. Maths With fruit. **Science in School** – The European journaol for Science teachers. Março de 2021, ed. 52.

GOMES, J. C. S. P. **Professoras dos anos iniciais em práticas de modelagem matemática**. 2018. 206 p. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, 2018.

VIDOTTI, D. B. **Potencialidades da Modelagem Matemática e da análise de erros para o ensino e a aprendizagem de cálculo diferencial e integral em várias variáveis.** 2019. 212 F. Tese (Doutorado em Educação para a Ciência e a Matemática) – Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2019.

6

O TEMPO PARA APAGAR AS CHAMAS DE PALITOS DE FÓSFORO

Paula Renata Pedroso Avanço Ferreira (UEM)[1]
Wellington Piveta Oliveira (UNESPAR)[2]
Lilian Akemi Kato (UEM)[3]
https://doi.org/10.54176DUSQ2902

ACENDER E APAGAR: UMA DINÂMICA QUE VIROU MODELAGEM MATEMÁTICA

Falar sobre si mesmo não é uma tarefa fácil. Agora, pensar em algumas curiosidades sobre si e mencioná-las dentro de alguns instantes que são definidos durante a ocorrência de algo que acontece muito rápido, pode se tornar ainda mais difícil. Situações que nos delimitam um tempo para determinada tarefa, geralmente, geram pressa, um exemplo disso seria: acender um palito de fósforo e ser ágil o suficiente para que a chama não se apague até chegar, por exemplo, em uma vela.

Apesar de uma situação como essa ser comum, há um tempo não era, pois, todas as substâncias necessárias para um palito de fósforo acender sua chama se encontravam no pavio. Atualmente, essas substâncias são divididas entre a lateral de uma caixa de fósforo e o palito e, por isso, agilidade no momento que se acende um

1. Universidade Estadual de Maringá (UEM) – Mestranda PCM.
2. Universidade Estadual do Paraná, campus de Paranavaí (UNESPAR) – Departamento de Matemática.
3. Universidade Estadual de Maringá (UEM) - Departamento de Matemática.

palito de fósforo é algo válido a se considerar em uma atividade que envolve combustão.

Diante de situações como essa - da necessidade de conhecer e propiciar interação entre as participantes de um curso -, é que planejamos a atividade de Modelagem Matemática: "O tempo para apagar as chamas de palitos de fósforo", a qual foi norteada pela seguinte interrogação: *Se pegarmos uma caixa de fósforos e acendermos os palitos um na sequência do outro, quanto tempo levará até que o último palito seja apagado?* Cabe destacarmos que essa atividade decorre de uma dinâmica que pode ser realizada em contextos distintos e, nesse caso, exploramos segundo alguns pressupostos que orientam a prática com Modelagem Matemática. A atividade foi desenvolvida em dois encontros - um remoto e um presencial.

Participaram da atividade 8 alunas de um curso de Pedagogia de uma Universidade pública paranaense, das quais mencionamos neste capítulo como A1, A2 ... A8; e, 5 ministrantes[4], nomeadas como M1, M2 ... M5. Tais participantes estavam inseridas no contexto do curso de extensão, no qual as ministrantes acompanharam as alunas de Pedagogia no desenvolvimento da atividade de Modelagem Matemática[5]. Os recursos utilizados foram: *Google Meet* e *WhatsApp,* em um primeiro momento; e, lousa e projetor, presencialmente, na socialização dos resultados.

Na próxima seção, delineamos o desenvolvimento da prática com Modelagem Matemática supracitada, desde o momento inicial até as interpretações das participantes da pesquisa.

A GENTE ACENDE UMA E APAGA, A GENTE ACENDE O OUTRO...AÍ APAGA, ACENDE OUTRO...

A atividade de Modelagem Matemática: "O tempo para apagar as chamas de palitos de fósforo", inserida em dois contextos de ensino: remoto e presencial, foi planejada com o objetivo de tanto

4. É válido ressaltar que as ministrantes do curso fazem parte do Grupo Interdisciplinar de Estudos em Modelagem na Educação Matemática – GIEMEM.

5. Este trabalho foi aceito pelo Comitê Permanente de Ética em Pesquisa Com Seres Humanos da Universidade Estadual de Maringá – UEM, parecer número: 5.231.026.

estabelecer uma dinâmica para interação inicial entre as participantes do curso de extensão, quanto como uma forma de apresentar à estas participantes a Modelagem Matemática no contexto da Educação Matemática.

No contexto remoto, para iniciarmos a atividade, realizamos convite por meio de uma dinâmica, a qual intitulamos de: "Curiosidades em Chama". Para essa dinâmica, alunas e ministrantes do curso de extensão deveriam relatar algumas curiosidades sobre si mesmos enquanto a chama de um fósforo permanecesse acesa. Assim, durante a dinâmica, uma das ministrantes acendia a chama de um fósforo e outra cronometrava os segundos que as chamas dos fósforos levavam até que se apagassem.

O momento da dinâmica propiciou inquietações às licenciandas, pois os tempos que as chamas dos fósforos levavam para apagar foram diferentes. Assim, ao finalizarmos a dinâmica, questionamos as participantes: - *Por que vocês acham que têm fósforos que permaneceram com as chamas acesas por mais tempo em relação a outros?* As respostas giraram em torno de aspectos como: o ambiente em que os fósforos foram acesos; o atrito que ocorreu no momento de acendê-los; a qualidade dos fósforos.

Dado o envolvimento das participantes com essa situação, expusemos uma tabela que apresentava o tempo, em segundos, que cada chama dos fósforos acesos na dinâmica levou para apagar. A tabela 1, refere-se à apresentação dos dados produzidos durante a dinâmica realizada com as participantes:

Tabela 1[6] – Duração de tempo da chama de cada fósforo aceso.

Participante	Tempo (em segundos) da chama do palito de fósforo
A1	11s
A2	21s

6. Na Tabela 1 é apresentada a duração de tempo referente a chama acesa do fósforo de 11 participantes, pois não foi possível cronometrar o tempo das chamas dos fósforos de duas ministrantes, uma vez que elas estavam responsáveis por acender e cronometrar a duração de tempo das chamas acesas, respectivamente.

A3	31s
A4	57s
A5	9s
A6	31s
A7	53s
A8	15s
M2	5s
M3	19s
M4	36s

Fonte: os autores (2022).

Nesse momento em que as participantes estavam inteiradas sobre a temática da atividade, indagamos: *Se pegarmos uma caixa de fósforos e acender os palitos um na sequência do outro, quanto tempo levará até que o último palito seja apagado?* A partir deste questionamento, as alunas discutiram e consideraram duas possibilidades diferentes para a coleta de dados que subsidiaria respostas para a pergunta posta: se esta sequência se daria sem esperar a chama do fósforo anterior se apagar, ou se acenderiam a chama dos fósforos à medida que a chama do fósforo anterior apagasse. Assim, entraram em acordo e consideraram a segunda opção, uma vez que foi deste modo que a dinâmica ocorreu.

A partir desta decisão, as estudantes foram encaminhadas a duas salas virtuais do *Google Meet* distintas, nas quais puderam iniciar as discussões entre os membros daquele grupo, juntamente com as ministrantes que se dividiram entre os dois grupos. Assim, os grupos foram encaminhados às salas específicas do *Google Meet*, em que puderam iniciar as discussões entres seus pares.

A partir dos questionamentos iniciais, feitos pelos ministrantes, os grupos discutiram sobre algumas questões, como por exemplo: qual a melhor forma para acender os palitos de fósforo; e qual a quantidade de palitos que contém uma caixa de fósforo. Delimitar estas questões era importante para o estabelecimento das hipóteses iniciais, indicadas no quadro 1.

Quadro 1: hipóteses iniciais levantadas pelos grupos.

- Realizar uma "[...] estimativa partindo do tempo maior que a gente obteve com os dados" (A2).
- Considerar o tempo menor, "[...] a gente também poderia usar ele, eu acho que foi 5s…" (A4).
- Os valores encontrados "Tem que ser menor que 40min e maior que 3min e 20s" (A4).
- "Somar os tempos e fazer uma estimativa dividindo pelos onze palitos o resultado dessa divisão" (A2).
- "Considerar todos (os dados da tabela) e depois fazer uma média do valor" (A8).
- Sequência de acender os fósforos - "A gente acende uma e apaga, a gente acende o outro. Aí apaga, acende outro" (A8).
- Quantidade de palitos de fósforos considerados em uma caixa - "[...] em média de uma caixa de fósforo simples eu acho que tem quarenta palitinhos em cada caixa [...] (A5).

Fonte: os autores (2022).

Ambos os grupos desenvolveram a atividade de Modelagem Matemática proposta valendo-se do cálculo da média - considerando os dados levantados no início da atividade. Por isso, optamos por apresentar as resoluções utilizando o cálculo da média desenvolvida pelas estudantes, bem como as resoluções desenvolvidas ao considerarem os valores máximos e mínimos da Tabela 1, desenvolvida apenas pelo Grupo 1.

Esses primeiros momentos de levantamento de hipóteses e discussões sobre a atividade ocorreram no âmbito do ensino remoto. Em que, utilizamos do recurso *Google Meet*, para os momentos iniciais da atividade, o que, por vezes, limitou o diálogo entre as alunas, que outrora no contexto de ensino presencial, manifestou-se de maneira espontânea.

Num segundo momento – no contexto presencial - demos continuidade as discussões, bem como à finalização dessa experiência. Os Grupos 1 e 2 retomaram suas discussões sobre como resolveriam a atividade utilizando o cálculo da média. O Quadro 2, exemplifica os procedimentos adotados pelos grupos:

Quadro 2: desenvolvimento da atividade considerando o tempo médio que a chama de um fósforo permanece acesa.

Hipóteses:

- "Somar os tempos e fazer uma estimativa dividindo (esta medida) pelos onze palitos o resultado dessa divisão" (A2).
- Quantidade considerada de palitos dentro de uma caixa de fósforos – $40\ palitos\ de\ fósforo$.

Interpretação:

- "Temos 11 pessoas... vamos pensar em fósforos, ao invés de pessoas. Porque cada pessoa foi um fósforo. Então a gente teve 11 fósforos acesos e o tempo desses 11 fósforos acesos foi de 288s. Aí para a gente achar a média, a gente faz 288/11. Que dá 26s" (A2).

$$11 + 21 + 31 + 57 + 9 + 31 + 53 + 15 + 5 + 19 + 36 = 288s$$

$$\frac{288}{11} = 26s$$

Em média, um fósforo levará $26s$ para apagar.
O valor encontrado "[...] multiplica por 40. [...] Porque 40 palitos tem uma caixa de fósforos" (A4).

$$26s * 40palitosdefósforo = 1040s$$

Conversão de segundos para minutos:

$$\frac{1040s}{60s} = 17{,}3\bar{3}\ min$$

Conversão de minutos para segundos:

$$0{,}3\bar{3} * 60 = 20s$$

Resultado: $17min$ e $20s$.

Fonte: Os autores (2022).

Os membros do Grupo 1 puderam retomar também as ideias que já haviam estabelecido no encontro anterior, considerando as hipóteses levantadas sobre os valores máximo e mínimo que estavam expostos na tabela.

Assim, as resoluções apresentadas pelo Grupo 1, em que utilizaram dos valores máximos e mínimos, para além de uma resposta à atividade proposta, também foi considerado como um modo de validar o resultado que encontraram ao desenvolverem a atividade valendo-se do cálculo da média. Conforme mencionado pela aluna A4, caso estabelecesse outra hipótese para a resolução da atividade – considerando os valores da Tabela 1 – o valor encontrado estaria entre , para o caso de se considerar o tempo mínimo no qual a chama do palito de fósforo permaneceu aceso, considerando o tempo máximo no qual a chama de um palito de fósforo permaneceu aceso. Deste modo, a seguir, sintetizamos no Quadro 3 a resolução desse grupo ao utilizar estas duas medidas.

Quadro 3: desenvolvimento da atividade considerando os valores extremos.

Considerando o valor mínimo (5s)
Hipóteses: O valor mínimo referente a duração de tempo que a chama de um fósforo permanece acesa é . Quantidade considerada de palitos dentro de uma caixa de fósforos – . **Interpretação:** "[...] acho que o menor tempo foi 5s? Então.... Aí eu fiz esse valor vezes 40" (A4). 5s*40 palitos de fósforo=200s Conversão de segundos para minutos: $\frac{200s}{60s} = 3,3\overline{3}\ min$ Conversão de minutos em segundos: $0,3\overline{3} * 60 = 20s$ **Resultado:** 3min e 20s
Considerando o valor máximo (57s)
Hipóteses: O valor máximo referente a duração de tempo que a chama de um fósforo permanece acesa é 57 Quantidade considerada de palitos dentro de uma caixa de fósforos – . **Interpretação:** $\mathbf{57s * 40\ palitos\ de\ fósforo = 2280s}$ **Conversão de segundos para minutos:** $\mathbf{\frac{2280s}{60s} = 38\ min}$ **Resultado:** 38 min

Fonte: os autores (2022).

Deste modo, as alunas puderam verificar que a média aritmética dos dados que encontraram anteriormente, estava entre os valores de máximo e mínimo encontrados.

Após o momento de sintetizar as ideias dentro de cada grupo, realizamos o momento de socialização dos resultados entre todas as participantes. Neste momento, os grupos puderam relatar como pensaram para desenvolver a atividade e analisar os caminhos seguidos pelas colegas.

À medida que os grupos socializavam seus procedimentos, apresentavam as operações matemáticas que utilizaram para chegar nas respostas que, de algum modo, fossem coerentes ao problema de modelagem apresentado. Assim, neste momento, algumas dúvidas conceituais também surgiam. Por exemplo: O por quê de “cortar o zero” – conforme a expressão das alunas – ao realizar operações de divisão como 1040/60 . Embora as alunas soubessem que poderiam “cortar o zero”, não compreendiam o porquê desta operação, deste modo, as ministrantes exploraram com as alunas que tal fração era equivalente a 104/6 , justificando o famoso “cortar o zero”. Deste modo, as alunas mostraram-se surpresas com a justificativa de o “porque cortar o zero”, por ser algo tão claro, mas, que não tinham conhecimento. Nesse sentido, o momento da socialização propiciou o envolvimento de toda a turma em discussões de conceitos matemáticos que foram explorados a partir da investigação desenvolvida pelos grupos.

Diante do desenvolvimento da atividade apresentada, na próxima seção, traremos algumas possibilidades de adaptações desta atividade em sala de aula, bem como, refletiremos sobre alguns conteúdos que podem ser explorados a partir dela e as possibilidades de interdisciplinaridade presentes nela.

CONVERSA COM QUEM GOSTA DE MODELAGEM MATEMÁTICA

Desenvolver uma atividade de Modelagem Matemática pode parecer um tanto quanto desafiador, no entanto, a atividade: “*O tempo para apagar as chamas de palitos de fósforos*”, desenvolvida em dois contextos de ensino: remoto e presencial, elucida a dinamicidade da Modelagem Matemática quando adotada em sala de aula, pois, foi possível adaptá-la tanto para um contexto presencial quanto remoto.

Algumas observações podem ser feitas desde o início da atividade, ou seja, do convite até seu término, com a socialização dos resultados, quem sabe, oportunizando novas problematizações e investigações.

A começar pelo convite, Mario Quintana pode se fazer presente: *"A vida é um incêndio: nela dançamos salamandras mágicas. Que importa restarem cinzas se a chama foi bela e alta?"*. A interpretação desse poema pode associar-se a essa atividade, pois quanto mais bela e alta for a chama, pode interferir no tempo de fala da pessoa. Assim, pode-se realizar o convite aos alunos por meio de uma dinâmica como a apresentada neste capítulo, como também por meio da exposição de vídeos, curiosidades, ou até mesmo após uma aula de Ciências sobre um dos quatro elementos naturais, nesse caso, o fogo; ou até mesmo sobre o processo de combustão.

Na Educação Infantil, com os devidos cuidados, a exploração da utilidade do fogo pode oportunizar outras explorações científicas, direcionadas por questionamentos como: *De onde vem o fósforo?* É um questionamento abordado no vídeo ilustrativo que se faz presente na Série: "De onde vem?" Neste vídeo, Kika, a personagem, a partir de sua curiosidade conhece a história e algumas curiosidades sobre o fósforo. O vídeo **"De Onde Vem o Fósforo?",** pode se tornar uma sugestão de convite **à** atividade – *O tempo para apagar as chamas de palitos de fósforos* - aos alunos desta etapa de ensino. Nas demais etapas de ensino, ressaltamos que uma adaptação na prática que realizamos pode ocorrer. Ao invés de apenas uma pessoa acender os fósforos, cada participante poderá acender o seu próprio fósforo e segurá-lo até que a chama apague enquanto relate sobre si. Assim, a dinâmica além de aproximar os participantes, pode gerar dados para uma prática como essa que compartilhamos.

As possibilidades de resolução também podem variar conforme as hipóteses que serão levantadas pelos alunos. Um exemplo de simplificação que poderia ser considerada, seria se ater apenas aos dados do respectivo grupo, ou seja, considerar o tempo de duração das chamas de fósforos de quatro alunas, inclusive, essa simplificação pode ser ainda mais recorrente quando tivermos um número maior de estudantes. Os resultados dos grupos, nesse caso, iriam se diferir, o que levaria a uma discussão do porquê desse ocorrido, podendo ser discutido com os alunos a questão de que o resultado que obtiveram faz sentido para aquela amostra de dados que consideraram.

Apesar de apresentar os dados coletados conforme a experiência vivida na dinâmica inicial aos alunos, **é possível que eles decidam** realizar pesquisas sobre a duração da chama de um fósforo e, a partir disso, constatar diferenças ou não, entre o tempo que foi registrado quando desenvolveram a dinâmica e o resultado de uma busca na internet. O professor, além de cronometrar, separadamente, o tempo da chama acesa do fósforo de cada aluno, também poderá cronometrar o tempo total da dinâmica, possibilitando que os alunos trabalhem também com esse dado.

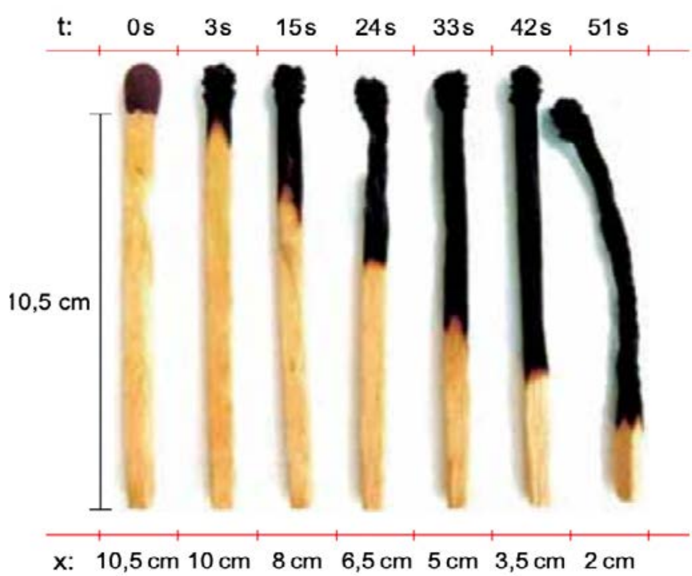
Outra possibilidade de convidar os alunos para a atividade que apresentamos seria entrar na temática: Festa de aniversário. A partir desta temática seria possível questioná-los: O que é utilizado para acender as velas em cima do bolo de aniversário? Por que é necessário que seja rápido o processo de levar o palito de fósforo até a vela? Será que tem diferença no tempo de duração da chama de fósforo ao permanecer com o palito parado ou em movimento? A partir de uma conversa com os alunos norteada por perguntas como essas, uma atividade de Modelagem Matemática pode emergir: *Qual seria o tempo de duração ideal para uma chama de palito de fósforo permanecer acesa de modo a chama passar para o pavio de uma vela de bolo de aniversário?* Ou seja, você (futuro) professor pode abusar da criatividade partindo de conversas que sejam do interesse dos alunos e apresentar a questão que irá nortear a investigação. Mas é sempre bom lembrar que também pode estar sujeito aos interesses dos alunos.

Nesse sentido, uma questão como essa - a duração de tempo ideal de uma chama de palito de fósforo -, poderia ser inserida desde o contexto do 1º ano dos anos iniciais do Ensino Fundamental, possibilitando uma investigação, por parte dos alunos, sobre algo que comumente eles vivenciam. Os alunos podem levantar hipóteses levando em consideração suas observações sobre um adulto acendendo uma vela, ou até mesmo, a partir de vídeos de pessoas acendendo velas de bolo de aniversários que podem ser encontrados na internet.

Outros fenômenos que acontecem ao acender um palito de fósforo também podem ser explorados. Uma possibilidade seria orientar os alunos a guardarem os palitos de fósforos que foram utilizados durante a dinâmica e trabalhar com **O chamuscar dos palitos**.

Diante disso, enxergamos a possibilidade de adaptar uma das questões objetivas do vestibular da UNESP (2016), para uma atividade de Modelagem Matemática, a qual questionava-se sobre o tempo que levaria até que um palito de fósforo estivesse totalmente chamuscado, apresentando os dados explícitos em uma figura.

Figura 1: Palitos de fósforos chamuscados conforme o passar do tempo.



Fonte: https://www.tecconcursos.com.br/questoes/1489020

A atividade que apresentamos neste capítulo nos mostra a possibilidade de trabalharmos com ações do cotidiano, como: acender um palito de fósforo; **não apenas como uma questão objetiva, mas** sim, a partir de uma investigação. Nesse sentido, por que não pensar nesta ideia de trabalhar com o tempo que leva até chamuscar totalmente um palito de fósforo a partir de uma atividade de Modelagem Matemática? Além de propiciar a investigação por parte dos alunos, possibilitaremos o trabalho com diferentes conteúdos.

Portanto, uma outra proposta de atividade de Modelagem Matemática, seria: iniciar com a dinâmica "Curiosidades em chama"; instigar os alunos na observação dos palitos de fósforos chamuscados; e, após o convite a atividade, questionar: *Quanto tempo levaria até chamuscar totalmente um palito de fósforo?* Nesse sentido, é valido ressaltar que não é necessário apresentar a Figura 1, mas, permitir que os alunos trabalhem com os dados que irão obter no decorrer da dinâmica, além de, possibilitar que eles fa**çam suas** pesquisas e contestem as respostas que obtiveram ao socializar os resultados.

Com essa atividade **é possível trabalhar** com os anos finais do Ensino Fundamental, bem como o Ensino Médio. As atividades de Modelagem Matemática como a supracitada e a apresentada neste capítulo permitem que os alunos trabalhem com o repertório matemático que possuem e os conteúdos sejam explorados a partir do que eles investigarão, assim como ocorreu no desenvolvimento da atividade "O tempo para apagar as chamas de palitos de fósforos".

É valido ressaltar que, para além desses conteúdos que explicitamos no decorrer do texto, existem outros que podem ser explorados. Isso dependerá do repertório matemático dos alunos e da intencionalidade pedagógica do professor. Deste modo, sempre que possível, adaptar uma atividade de Modelagem Matemática conforme seus objetivos ao planejar uma aula parece ser uma boa alternativa, o que não significa que situações imprevistas não acontecer**ão**, mas, se você, (futuro) professor, estiver envolvido em uma atividade de Modelagem Matemática junto aos alunos, poderá investigar junto deles algo inesperado.

As possibilidades de trabalhar esta temática de atividade não se esgotam, pois o fósforo por ser comumente usado em ambientes que necessitam do uso do fogo, se faz presente na vida de crianças, adolescentes e adultos. Deste modo, o estudo sobre as substâncias que o constitui, bem como, sua historicidade, podem ser elementos a serem explorados, os quais o professor pode propiciar a constituição de um ambiente de envolvimento e investigação. Isso dialoga com uma das características da Modelagem Matemática que é a interdisciplinaridade, ou seja, essa atividade pode ser trabalhada em parceria com outras **áreas do conhecimento**, propiciando aos alunos uma relação entre os conteúdos que deverão estudar, conforme o proposto por diferentes componentes curriculares.

Esperamos que a atividade apresentada neste capítulo, assim como as possíveis adaptações dialogadas possa inspirar você, (futuro) professor, ao trabalho com a Modelagem Matemática.

REFERÊNCIAS

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular.** Brasília: MEC, 2018.

DE ONDE VEM? **De Onde Vem o Fósforo?** YouTube. Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=S01TrpEO148.

UNESP. **Vestibular meio de ano 2016, UNESP**. Editora: Fundação Vunesp, 2016. Disponível em: https://www.tecconcursos.com.br/concursos/vestibular-unesp-2016-meio-de-ano-2016.

7

LAVA...LAVA A OUTRA...LAVA UMA ...

Ana Carolina Castro Batista[1]
Bárbara Cândido Braz[2]
Isadora Semensato Razaboni[1]
Juliana Caroline Bonini Romagnoli[1]
Lilian Charleaux Mendes[3]
Maria Gabrieli Rosa Jofre[1]
https://doi.org/10.54176/TDAZ3055

O VILÃO PODE ESTAR NAS SUAS MÃOS

Você lava suas mãos quantas vezes ao dia? Desde que os casos de contaminação pela COVID-19 se alastraram pelo mundo desencadeando uma pandemia, o hábito de lavar as mãos passou a ser fortemente indicado como uma forma de prevenção à proliferação do vírus causador da doença.

Junto a essa orientação dos órgãos de saúde, uma outra pergunta tomou conta da população: você sabe lavar as suas mãos? Quem acionava a torneira e passava as mãos pela água rapidamente, muitas vezes sem nem mesmo usar algum tipo de sabão, descobriu que essa forma de higiene das mãos é ineficiente. Nesse contexto pandê-

1. Estudante do curso de Licenciatura em Ciências Exatas na Universidade Federal do Paraná/Jandaia do Sul.

2. Professora do Colegiado de Licenciatura em Ciências Exatas da UFPR/Jandaia do Sul.

3. Estudante do curso de Licenciatura em Ciências Exatas na UFPR/Jandaia do Sul. Professora nas redes pública e privada de Educação Básica no Paraná.

mico, assistimos à disseminação de técnicas de lavagem das mãos utilizadas antes, mais especificamente, por profissionais da saúde nos mais diferentes ambientes e meios de comunicação. Afinal de contas, o vilão pode estar nas nossas mãos e cabe a nós eliminá-lo.

Nestas condições, a volta às atividades presenciais, após períodos de funcionamento de, dentre outros, estabelecimentos comerciais, de prestação de serviços e de escolas de modo remoto - ou mesmo com atividades suspensas - provocou muitos receios no que diz respeito aos usos e compartilhamento de espaços coletivos. Dentre esses espaços, os banheiros públicos.

No campus da Universidade Federal do Paraná (UFPR), em Jandaia do Sul, não foi diferente. No período de volta às aulas presenciais, o uso dos espaços coletivos pelos funcionários e estudantes gerou preocupações e a busca por alternativas que assegurem a utilização apropriada destes locais. Nesse contexto, no início do ano de 2022, no retorno das atividades presenciais, a professora da disciplina de Prática pedagógica no ensino de Matemática, co-autora deste capítulo, propôs o seguinte problema para as estudantes deste curso: considerando as torneiras dos banheiros públicos do campus, que torneira é mais vantajosa de ser utilizada?

Ao propor esta problemática, os objetivos da professora eram: desenvolver um processo de investigação dessa situação não matemática, utilizando ferramentas matemáticas, de modo que fosse possível abordar por meio da atividade conceitos matemáticos que compõem a matriz curricular dos Anos Finais do Ensino Fundamental; discutir junto à turma possibilidades metodológicas para o ensino de Matemática nesse nível de ensino; promover reflexões sobre os usos dos espaços públicos, gasto de água e hábitos de higiene.

A atividade foi desenvolvida por cinco estudantes e a professora da disciplina, no decorrer de três horas-aulas. Como descrevemos nas seções seguintes, os dados foram produzidos, coletados e analisados pelas estudantes, com orientação docente, e fundamentaram discussões e reflexões matemáticas e não matemáticas, subsidiadas pelas representações matemáticas construídas pela turma.

VAMOS LAVAR AS MÃOS?

A problematização da questão que norteou este processo investigativo – pautado na análise dos usos de dois diferentes tipos de torneiras para a lavagem das mãos – ocorreu a partir de uma conversa inicial entre professora e estudantes sobre os hábitos de higiene. Naquela ocasião, uma das estudantes relatou estar indisposta porque havia feito uma faxina na sua casa. A partir deste comentário a professora questionou a turma sobre as possíveis mudanças nos hábitos de higiene das estudantes devido a pandemia pela COVID-19. Neste contexto de diálogo, iniciamos uma discussão sobre o uso de banheiros e, mais particularmente, sobre o uso de banheiros públicos.

Algumas situações foram trazidas para o debate; dentre elas a lavagem das mãos e a disponibilidade de produtos adequados para isto nos banheiros públicos. Neste sentido, a professora lembrou que o banheiro que usávamos contava com dois tipos de torneiras: a de rosca[4] e a de pressão com acionamento manual[5] . Diante disso questionou se sabíamos qual destes dois tipos de torneira era o mais vantajoso. De início levantamos algumas hipóteses, considerando que o volume de água liberado pela torneira depende de alguns fatores como: a vazão da água, a pressão da rede, o tempo que cada usuário deixa a torneira acionada. Além disso, consideramos que enquanto na torneira de rosca o volume depende do grau de abertura do registro, no caso da torneira de pressão ele pode variar conforme a intensidade da força aplicada ao acioná-la.

Diante disso, partimos da seguinte problemática a ser resolvida: "Considerando as torneiras dos banheiros públicos do campus, qual torneira é mais vantajosa de ser utilizada?". Para poder responder esta questão fomos a um banheiro da universidade que tinha os dois tipos de torneiras: torneira de pressão com acionamento manual e registro de rosca, e colocamos a mão na massa para in-

4. Chamaremos de torneira de rosca a torneira convencional acionada por meio do ato de girar sua maçaneta.

5. Chamaremos esta torneira de "torneira de pressão" ao longo do texto.

vestigar o consumo de água ao higienizar as mãos comparando o funcionamento destes dois tipos de torneiras.

Para a coleta de dados, estabelecemos alguns procedimentos, tais como:

- Seguir as orientações determinadas por organizações responsáveis pela saúde pública para lavagem das mãos.
- Definição da quantidade de sabonete líquido a ser utilizado.
- Definição da forma de acionar a torneira de pressão e abertura do registro da torneira de rosca, na tentativa de estabelecer um padrão na coleta dos dados, em duplicata, com duas estudantes realizando os mesmos procedimentos.
- Cronometrar o tempo em que as torneiras permaneciam acionadas.
- Medição da água escoada em função do tempo cronometrado.
- Registro e discussão dos dados coletados.

Para a coleta dos dados, seguimos a sugestão de uma das estudantes que aconselhou que: a) medíssemos o tempo – com auxílio de um cronômetro – necessário para higienizar as mãos em cada tipo de torneira, sem coletar a água utilizada neste processo; b) coletar a água que é liberada por cada torneira durante aquele tempo cronometrado anteriormente e finalmente; c) medir a quantidade de água escoada durante as lavagens de mãos em cada torneira. A opção por não desenvolver as etapas a) e b) ao mesmo tempo se deu pelo fato de que o tamanho da pia não permitia que coletássemos a água escoada durante a lavagem das mãos de forma adequada, já que a cuba era pequena tornando difícil o ato de enxaguar as mãos e coletar a água escoada, com auxílio de um recipiente, no mesmo espaço. A Figura 1 representa parte das etapas percorridas na coleta de dados.

Figura 1 - Etapas da coleta de dados

Fonte: Registros feitos pelas autoras.

Ao iniciar os procedimentos percebemos que as pessoas podem utilizar estas duas torneiras de formas variadas para lavar as mãos, das quais consideramos quatro possibilidades: 1) um acionamento da torneira de pressão, apenas para enxaguar as mãos ensaboadas anteriormente, sem tê-las molhado; 2) dois acionamentos sucessivos da torneira de pressão – o primeiro para molhar as mãos para ensaboá-las e o segundo para enxaguá-las; 3) uso da torneira de rosca fechando-a enquanto se ensaboa as mãos e 4) uso da torneira de rosca deixando-a aberta durante todo o processo de higienização.

A primeira possibilidade foi a escolhida, inicialmente, pela turma como a forma adequada de se lavar as mãos utilizando a torneira de pressão. No entanto, no processo de coleta de dados, a turma visualizou uma recomendação da Unidade de Saúde do campus da universidade, colada na parede do banheiro para a lavagem adequada das mãos, como indica a Figura 2:

Figura 2 - Etapas para lavagem correta das mãos

Fonte: Organização Mundial de Saúde. Disponível em: https://twitter.com/fiocruz/status/1240252830667153409?lang=ar-x-fm

Inicialmente, utilizamos para a lavagem das mãos a torneira de pressão. Na primeira medição a estudante A, gastou um tempo de 16,09 segundos e na segunda medição a estudante B usou 12,11 segundos. As medições foram feitas considerando duas estudantes higienizando suas mãos com quantidade de sabonete semelhante e utilizando a mesma torneira.

Neste caso é importante considerarmos que o desligamento da torneira de pressão é automático e para terminar o enxague das mãos foi necessário fazer um segundo acionamento, do qual não se fez necessário utilizar todo o volume de água liberado. Esta água, entretanto, foi considerada na coleta de dados, posto que ela foi consumida, em termos de gasto. Também é importante salientar que as recomendações sobre higienização das mãos é de que o processo dure, ao menos, 20 segundos. Os valores aqui indicados informam por quanto tempo as torneiras mantiveram-se abertas durante o processo de higienização. O processo de lavagem das mãos, por sua vez demandou tempo maior: aproximadamente, 20 segundos.

Como obtivemos valores com diferença razoável, calculamos a média aritmética simples entre 16,09 e 12,11 segundos, considerando que tal diferença de tempo pode ocorrer diante do espaço amostral de usuários de um banheiro público e depende da forma com a qual o registro de pressão é acionado. Dessa forma, por arredondamento foi adotado o tempo médio de 14 segundos.

O mesmo processo foi feito utilizando-se a torneira de rosca, mas mantendo-a fechada enquanto se ensaboava as mãos. Com a torneira aberta, obtivemos um tempo de 9,13 e 9 segundos, na primeira e segunda medição, respectivamente. Como essas medições do tempo foram muito próximas entramos em consenso de medir o volume de água coletado adotando o tempo de 9 segundos. Ao utilizar a torneira de rosca, deixando-a aberta durante todo o processo de higienização das mãos, se passaram 18 segundos – 2 segundos a menos do que o tempo indicado na Figura 2 – com a torneira liberando água. Esta foi a etapa a).

Para medir a quantidade de água escoada, etapa b), utilizamos um recipiente para coletar a água e com o auxílio de uma proveta graduada medimos os volumes obtidos, conforme ilustram os dados da Tabela 1 e da Tabela 2.

Tabela 1 - Torneira de pressão

	Tempo total de um acionamento para higienizar as mãos	Média do tempo	Quantidade de água escoada
Estudante A	7,0s	7,0s	0,5 l (500) ml
Estudante B	7,0s		
	Tempo total de dois acionamentos para higienizar as mãos	Média do tempo	Quantidade de água escoada
Estudante A	16,09 s	14 s	1l (1000 ml)
Estudante B	12,01 s		

Fonte: Elaborado pelas autoras.

Ao observamos a Tabela 1, podemos concluir que, ao realizar dois acionamentos o tempo médio foi de 14,0 segundos e a quantidade de água escoada foi de 1000 ml. Deduz-se, portanto, que em um acionamento gastaríamos a metade do tempo e da quantidade de água escoada, ou seja, 7,0 segundos e 500ml.

Tabela 2 – Torneira de rosca

Torneira de rosca fechada enquanto se ensaboava as mãos.			
	Tempo para higienizar as mãos	Tempo considerado (segundos)	Quantidade de água escoada
Estudante A	18 s	18 s	2,150l (2150 ml)
Torneira de rosca fechada enquanto se ensaboava as mãos.			
	Tempo para higienizar as mãos	Tempo considerado (segundos)	Quantidade de água escoada
Estudante A	9,13 s	9 s	0,790 l (790 ml)
Estudante B	9 s		

Fonte: Elaborado pelas autoras.

Percebe-se uma diferença considerável entre os dois últimos procedimentos, na coleta de dados sobre a torneira de rosca. Provavelmente a quantidade de água diferente entre uma estudante e outra está relacionada a uma maior abertura do registro de rosca por uma delas. Neste sentido, orientamos que no processo de coleta de dados neste tipo de atividade, o número de voltas dadas na maçaneta da torneira seja padronizado.

A partir da coleta dos dados a professora propôs algumas questões, como:

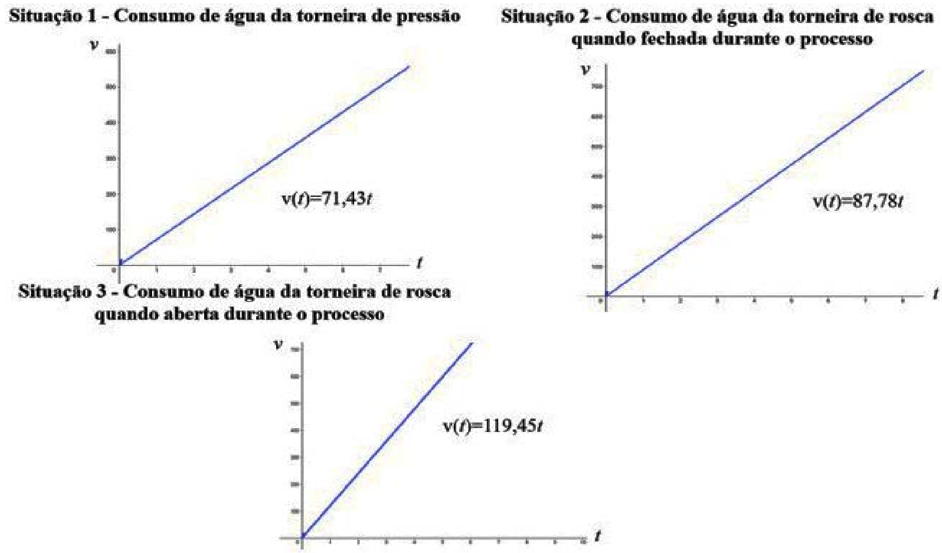
1. Qual das torneiras é a mais econômica?
2. Qual delas é mais econômica para lavar as mãos?
3. Em tempos de pandemia pela Covid-19, qual das torneiras você tem usado mais? Por quê?

Estas questões suscitaram a análise destes dados. Sobre o consumo de água das torneiras optamos por calcular a quantidade de água escoada liberado por unidade de tempo; ou seja, a relação entre a quantidade de água escoada e o tempo cronometrado. Neste sentido, sistematizamos algumas proposições:

- Na torneira de pressão temos 1000 mililitros de água liberados em 14 segundos, ou seja, aproximadamente 71,43 ml/s.
- Na torneira de rosca, com a torneira fechada enquanto se ensaboava as mãos, tivemos 790 mililitros de água liberados em 9 segundos, ou seja, aproximadamente 87,78 ml/s.
- Na torneira de rosca, com a torneira aberta durante todo o processo de higienização das mãos temos, 2150 mililitros de água liberados em 18 segundos, ou seja, aproximadamente 119,45 ml/s.

Considerando estes dados, podemos descrever funções lineares que representam a quantidade de água consumida (v), em mililitros, ao utilizarmos uma ou outra torneira, em relação ao tempo (t), em segundos. A Figura 3 representa as três situações indicadas nos tópicos anteriores. Os gráficos foram construídos no software GeoGebra.

Figura 3 - Quantidade de água consumida em relação ao tempo.



Fonte: Elaborado pelas autoras.

Assim, considerando apenas a vazão de água por segundo de cada torneira podemos concluir que a torneira de pressão é mais econômica. Por outro lado, não podemos esquecer que não temos controle sobre o tempo em que esta torneira permanece acionada. Sendo assim, ainda que necessitemos de um tempo inferior a 14 segundos para molhar e enxaguar as mãos, não conseguimos controlar este tempo.

Sobre a torneira mais adequada para lavar as mãos, avaliamos os dados que tínhamos e chegamos à conclusão que em termos de consumo de água a torneira de rosca é mais adequada caso façamos uma abertura controlada do registro e a fechemos enquanto ensaboamos as mãos. Caso contrário, o uso da torneira de rosca deixando-a aberta durante todo o processo de higienização das mãos aumenta demasiadamente o consumo de água, como indica a Tabela 2. Ao mesmo tempo, salientamos que embora possamos escrever apenas uma função que representa o consumo de água da torneira de rosca, optamos por descrever as duas situações oriundas deste processo de coleta de dados a fim de analisar as possibilidades.

Caro leitor, você já havia pensado sobre essas situações? Se você tivesse estas duas opções, quais critérios você usaria para fazer sua escolha? ...Pois é... mesmo concluindo que a torneira de rosca é a mais vantajosa em termos de consumo de água, já que podemos controlar o tempo que ela permanece acionada, consideramos mais vantajoso o modelo de torneira de pressão no contexto da pandemia. Isto porque após a higienização das mãos não precisamos tocar o registro novamente. Além disso, esta torneira costuma ser mais indicada para uso em ambientes públicos, pois conseguimos assegurar que ninguém esquecerá a torneira aberta.

Quantas informações habitando nossa mente! E agora temos uma confissão a fazer: após o desenvolvimento destas reflexões, cada vez que usamos uma torneira de pressão passamos a contar os segundos que a torneira permanece aberta depois de seu acionamento para a higienização das mãos! Vamos procurar e se encontrarmos uma dessas torneiras em que o tempo de um acionamento for ideal para concluir a higienização das mãos teremos um vilão a menos: o desperdício! Além disso, teremos uma possibilidade a menos de transmissão de vírus por contato com este objeto, a torneira.

CONVERSA COM QUEM GOSTA DE MODELAGEM MATEMÁTICA

...a doença vai embora junto com a sujeira, verme,
bactéria mando embora embaixo da torneira... água
uma; água outra; água uma.
(Arnaldo Antunes)

Desde antes da pandemia pelo novo Coronavírus no ano de 2020, temos aprendido que lavar as mãos é um ato eficaz para eliminar seres que transmitem doenças. O ato de lavar as mãos, uma das grandes descobertas da medicina, virou a regra número um para impedir a proliferação de vírus.

Embora essa indicação pareça algo simples, nos séculos XV e início do século XVI, hábitos de higiene como o banho, eram vistos como vilões à saúde. Nessa época, o banho foi proibido na Europa, porque se acreditava que se uma camada grossa de sujeira fosse criada na pele as pestes não penetrariam o corpo. Apenas no século XIX, em Viena, foi que um médico húngaro, Ignez Semmelweis, percebeu que a mortalidade nos partos feitos no período da tarde era maior que aquela dos partos feitos no período matutino. Isso se devia ao fato de que no período matutino, antes dos partos, os médicos manipulavam cadáveres em aulas para alunos do curso de medicina e não lavavam as mãos após esta prática. Após a indicação de que todos lavassem as mãos, as mortes diminuíram significativamente. Mas a história não para por aí...

Antes do século XIX, quando da chegada dos europeus na América, esses povos tiveram grande surpresa ao se deparar com gente limpa e saudável. Em termos de higiene, os índios brasileiros, por exemplo, causaram admiração aos portugueses. Fato revelado na primeira carta de Pero Vaz de Caminha ao descrever as terras às quais haviam chegado. Num lugar repleto de rios e água em abundância, os povos indígenas tomavam banho e se refrescavam o tempo todo. Estas e outras informações sobre hábitos de higiene podem ser consultadas nas referências indicadas ao fim deste capítulo.

Fato é que os tempos mudam, a ciência investiga e divulga novos fatos e informações e isso tudo faz com que possamos compreender e modificar hábitos, como os de higiene. A partir do ano de 2020, hábitos antes não tão populares foram mais disseminados como: lavar as mãos adequadamente, higienizar produtos e alimentos, usar máscaras, dentre outros. Todos estes hábitos têm consequências para muitos outros setores sociais, como: consumo de água, consumo de produtos de higiene, produção e descartes de materiais, etc. Estas situações, por sua vez, constituem boas oportunidades para reflexões, por meio de atividades de Modelagem Matemática, nos diferentes níveis de ensino. Que tal propor aos alunos investigações pautadas em questões como:

1) Como higienizar frutas e verduras adequadamente?

Para investigar matematicamente esta situação, podemos disponibilizar aos estudantes algumas informações sobre o uso e quantidade de produtos adequados para este processo, como água e hipoclorito de sódio. O site indicado pelo Qr code ao lado pode contribuir com algumas destas informações.

Por meio dele, também temos acesso a uma pesquisa que evidencia que a maior parte dos brasileiros entrevistados, higienizava os produtos de modo inadequado.

2) Como tem se dado a dinâmica de vendas de produtos de limpeza no Brasil antes, durante e após a Pandemia pela Covid-19?

As preocupações com os hábitos de higiene, fizeram com que a produção de sabão e outros produtos aumentassem durante a pandemia pela Covid-19. Investigar como esse aumento ocorreu possibilita a abordagem de diversos conceitos matemáticos, como proporcionalidade, funções, porcentagem, dentre outros.

3) Quanto plástico você consome?

A produção e consumo de resíduos plásticos no Brasil e no mundo aumentou consideravelmente desde 2020. Com a alta de consumo de produtos para entrega à domicílio, o país aumentou a produção de plástico. Esse número nos coloca na quarta posição dentre os países que mais produzem plástico no mundo. Ao mesmo tempo, apenas 1,28% desse material é reciclado. Para se ter uma ideia, o índice de reciclagem de latas de alumínio, em 2019, chegou a 97,6%, como indicam informações disponíveis no site que pode ser acessado pelo Qr Code acima.

E aí, vamos sair dessa bolha de plástico e analisar estas questões ambientais? Uma investigação neste sentido também pode ser feita em relação a produção e descarte de máscaras não reutilizáveis. Onde guardaremos esse lixo todo? A Terra suportará?

E não se esqueça, querido(a) leitor(a), como orienta Arnaldo Antunes:

> *Depois de brincar no chão de areia a tarde inteira,*
> *antes de comer, beber, lamber, pegar na mamadeira...*
> *lava uma mão...lava outra... lava uma...*

REFERÊNCIAS

ANTUNES, Arnaldo. Lavar as mãos (mão). In: **Castelo Rá-tim-Bum**. Velas, 1995.

A HISTÓRIA DA HIGIENE: hábitos de rotina só se popularizaram no começo do século passado, 5 abr. 2020. Disponível em: https://g1.globo.com/fantastico/noticia/2020/04/05/a-historia-da-higiene-habitos-de-rotina-so-se-popularizaram-no-comeco-do-seculo-passado.ghtml. Acesso em: 22 ago. 2022.

BALESTRERO , Gabriela; ARANTES, Fernanda. **ESTUDO APONTA QUE 23,1% DOS RESÍDUOS PLÁSTICOS PÓS-CONSUMO FORAM RECICLADOS EM 2020 NO BRASIL**, 26 nov. 2021. Disponível em: http://www.abiplast.org.br/noticias/estudo-aponta-que-231-dos-residuos-plasticos-pos-consumo-foram-reciclados-em-2020-no-brasil/. Acesso em: 22 ago. 2022.

CARRANÇA, Thais. **Consumo de plásticos explode na pandemia e Brasil recicla menos de 2% do material**. São Paulo, 6 dez. 2020. Disponível em: https://www.bbc.com/portuguese/brasil-55131470. Acesso em: 22 ago. 2022.

MAZZUCHINI, Rita; MASSAO, Luis; LUCY, Renata. **Detergentes e água sanitária lideram alta na produção na pandemia**, 10 set. 2021. Disponível em: https://abipla.org.br/detergentes-e-agua-sanitaria-lideram-alta-na-producao-na-pandemia/. Acesso em: 22 ago. 2022.

PERCENTUAL de plástico reciclado pós-consumo cresceu no Brasil em 2019, afirma PICPlast, 2 set. 2021. Disponível em: https://blogdoplastico.wordpress.com/2021/02/09/percentual-de-plastico-reciclado-pos-consumo-cresceu-no-brasil-em-2019-afirma-picplast/. Acesso em: 22 ago. 2022.

TRABBOLD, Angela. **Brasileiros higienizam alimentos de forma inadequada na pandemia**. São Paulo, 14 set. 2022. Disponível em: https://jornal.usp.br/ciencias/brasileiros-higienizam-alimentos-de-forma-inadequada-na-pandemia/. Acesso em: 22 ago. 2022.

ZANON, Matheus. **Consumo e descarte de plásticos aumentou durante pandemia**. 12 jul. 2020. Disponível em: https://www.ecodebate.com.br/2020/12/07/consumo-e-descarte-de-plasticos-aumentou-durante-pandemia/. Acesso em: 22 ago. 2022.

8

QUE HISTÓRIA É ESSA DE PLANTAR UMA ÁRVORE?

Érica Gambarotto Jardim Bergamim[1]
Ana Caroline Frigéri Barboza[2]
Manuel Jesus Mamani Lopez[3]
Lilian Akemi Kato[4]
https://doi.org/10.54176/JNSS9018

O INÍCIO DA HISTÓRIA...

A construção de modelos matemáticos ocorre desde os tempos mais antigos com as aplicações matemáticas que auxiliavam na resolução dos problemas enfrentados pelo homem. Essa ideia é corroborada por Biembengut e Hein (2009, p. 7) quando afirmam que "a modelagem matemática[5] [...] tem estado presente desde os tempos mais primitivos. Isto é, a modelagem é tão antiga quanto a própria matemática, surgindo de aplicações na rotina diária de povos antigos".

1. Universidade Estadual de Maringá – Doutoranda do PCM.

2. Professora da Educação Básica – Secretaria de Educação do Estado do Paraná - SEED/PR.

3. Universidade Estadual de Maringá – Doutorando do PCM.

4. Universidade Estadual de Maringá – Docente do PCM.

5. Esclarecemos que a noção de Modelagem Matemática citada aqui está relacionada à "arte de expressar por intermédio de linguagem matemática situações-problema de nosso meio" (BIEMBENGUT; HEIN, 2009, p.7), o que está mais voltado para a modelagem como uma competência que o ser humano adquire para interpretar fenômenos, e não ao processo de modelar como entendido no campo de Modelagem Matemática na Educação Matemática com fins de abordagem de ensino.

Com base no exposto pelos autores, notamos que eles trazem a ideia de que acontecimentos do passado retratam a presença da Modelagem Matemática na história da humanidade. Nesse sentido, nos questionamos sobre como identificar esses acontecimentos e vinculá-los aos propósitos da Modelagem Matemática na Educação Matemática, como conhecemos hoje, a fim de contribuir com a formação dos alunos.

Nessa perspectiva, indicamos que Biembengut (2016) já propôs relacionar contextos históricos ao tema/assunto de uma atividade de Modelagem Matemática em uma de suas etapas, a saber, na etapa inicial, denominada *percepção e apreensão*. Contudo, entendemos que a participação desses contextos históricos pode percorrer todas as etapas de uma atividade, ao contribuir, por exemplo, para o entendimento dos conceitos e procedimentos matemáticos envolvidos.

Desse modo, consideramos que articular Modelagem Matemática e História da Matemática pode ser relevante para processos de ensino e de aprendizagem de Matemática, uma vez que estas, em conjunto, têm potencial para retratar como se desenvolveram conceitos, ideias e procedimentos matemáticos. Conforme Dicionário Michaelis Online (2022), articular significa “Tornar(-se) ligado; juntar(-se), ligar(-se), relacionar(-se), unir(-se)”. Assim, neste texto, entendemos que articular Modelagem Matemática e História da Matemática significa juntá-las/relacioná-las em atividades voltadas para o processo de ensino e de aprendizagem de Matemática.

Com vistas nessa perspectiva, apresentamos neste capítulo a descrição de uma atividade intitulada “*Estimando a superfície necessária para plantar uma árvore*[6]”, cujo objetivo foi que os alunos desenvolvessem estratégias para estimar áreas de figuras planas irregu-

6. Informamos que nesta atividade foram levadas em consideração a Ipê – árvore representativa da cidade de Maringá, a Rosa do deserto e a Coléus, contudo, as duas últimas não são árvores, mas foram escolhidas tendo em vista que mudas de árvores possuem um tamanho relativamente grande, dificultando seu transporte e, também, por questões de custeio. Tendo esclarecido isso, neste texto, optamos por adotar a expressão “mudas de árvores” por entendermos que plantar uma Rosa do deserto e uma Coléus simbolizam o plantio de uma árvore. Além disso, evidenciamos que os alunos estiveram cientes desse esclarecimento durante todo o desenvolvimento da atividade.

lares. Essa atividade foi desenvolvida na Universidade Estadual de Maringá (UEM) com sete alunos do 9º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública localizada no município de Maringá-PR.

No que se refere ao planejamento dessa atividade, tendo em vista o intuito de articular Modelagem Matemática e História da Matemática, inicialmente buscamos por temáticas históricas que de algum modo descrevessem processos de modelagem utilizados no passado e que poderiam ser discutidos em conformidade com o nível de ensino dos alunos levados em consideração.

Desse modo, como os conteúdos matemáticos a serem contemplados na atividade já eram previstos (cálculos de áreas de figuras planas irregulares, média aritmética, as quatro operações matemáticas básicas, dentre outros), optamos por nos pautar nas etapas de Modelagem Matemática apresentadas por Biembengut (2016): *percepção e apreensão*, *compreensão e explicitação* e, *significação e expressão*, pois essa autora indica que esse tipo de atividade "orienta-se pelo ensino do conteúdo do programa curricular da disciplina (e não curricular) a partir de um tema/assunto [...]" (BIEMBENGUT, 2016, p. 177).

A partir disso, e também levando em consideração que em atividades desenvolvidas anteriormente percebemos que esses alunos tinham dificuldades com cálculos de áreas, optamos por criar a atividade nos pautando em métodos históricos de cálculos de áreas de regiões delimitadas por figuras planas irregulares, como faziam os egípcios e babilônios. Tais métodos são indicados por Boyer (2012), Jesuz (2015) e Santos, Muniz e Gaspar (2015).

Tendo definido isso, pensando em como seria feito o convite aos alunos de modo que despertasse o interesse deles pela temática, propusemos uma discussão sobre o porquê e qual a importância da cidade de Maringá, onde os alunos residem, ter tantas árvores, para que, com isso, pudéssemos introduzir o problema: **"Como estimar a superfície necessária para plantar uma árvore?"**.

Nossos propósitos com o desenvolvimento dessa atividade estiveram atrelados, principalmente, às estratégias para cálculos de áreas, tendo em vista a necessidade de os alunos recorrerem às estratégias adotadas no passado para conseguirem resolver um problema proposto na atualidade. Além disso, também houve a possibilidade de contemplar os conteúdos matemáticos mobilizados e relacioná-los aos conhecimentos envolvidos no plantio de uma árvore, bem como a sensibilização dos alunos em relação à preservação ambiental.

Para tanto, na próxima seção, apresentamos o desenvolvimento da atividade de modo a contemplar: descrição detalhada dos encaminhamentos, formulação de hipóteses até a conclusão, com comentários dos autores quanto aos conteúdos matemáticos e extra-matemáticos e sobre os modelos.

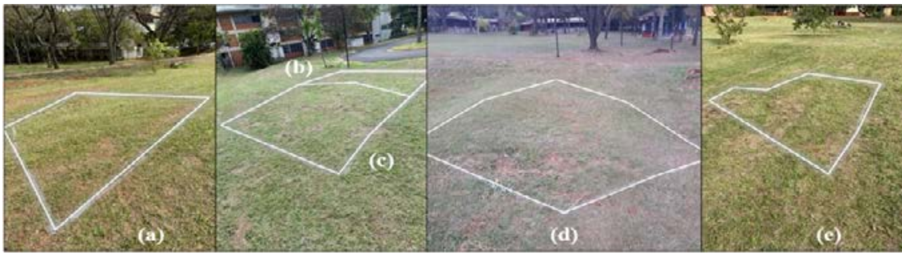
ESTIMANDO A SUPERFÍCIE NECESSÁRIA PARA PLANTAR UMA ÁRVORE

Antes de discorrer sobre o desenvolvimento da atividade realizada com os alunos, consideramos importante relatar aspectos do planejamento, pois entendemos que isso auxilia o leitor interessado em desenvolver essa atividade ou outras que possam articular Modelagem Matemática e História da Matemática.

Com essa intenção em vista, esclarecemos que primeiramente foi necessário fazer uma busca em artigos, teses e dissertações e, também, em livros de História da Matemática que relatassem métodos utilizados por civilizações antigas para cálculos de áreas de figuras planas quaisquer. Com essa busca, encontramos métodos adotados pelos egípcios e babilônios, os quais serão apresentados no decorrer da descrição do desenvolvimento da atividade.

Depois da escolha dos métodos, em dia anterior ao desenvolvimento da atividade, foram feitas demarcações representando cinco figuras planas irregulares em um terreno ao lado do prédio em que foi desenvolvida a atividade, o qual pertence à UEM. Para tais demarcações, foram utilizados palitos de madeira e *spray* branco. Ressaltamos que houve a preocupação com as figuras que poderiam ser representadas, no sentido de não representarem triângulos, quadrados, retângulos, hexágonos regulares, por exemplo, para que os alunos precisassem pensar em estratégias que não se direcionassem somente ao uso de fórmulas de áreas, conforme observamos na Figura 1.

Figura 1 - Demarcações de figuras planas irregulares



Fonte: Os autores.

Ainda em relação ao planejamento, buscamos por mudas de árvores que poderiam ser plantadas nas demarcações das figuras representadas no terreno, a fim de que os alunos pudessem escolher qual queriam plantar e estimar a área de acordo com o tamanho da árvore escolhida. As espécies de árvores adotadas na atividade foram: Ipê, Rosa do deserto e Coléus (Figura 2).

Figura 2 - Mudas de árvores

Fonte: Google Imagens[7]

7 Imagem da muda de Ipê, disponível em: https://www.plantei.com.br/muda-de-ipe-roxo-feita-de-semente. Acesso em: 24 ago. 2022.
Imagem da muda de Rosa do deserto, disponível em: https://www.plantei.com.br/muda-de-rosa-do-deserto-cores-sortidas-pote-15. Acesso em: 24 ago. 2022.
Imagem da muda de Coléus, disponível em: https://produto.mercadolivre.com.br/MLB-2044801706-kit-09-mudas-de-coleus-laranja-verde-rosa-mini-coleus-lindas-_JM. Acesso em: 24 ago. 2022.

Por fim, com relação ao planejamento, além dos materiais comuns para registros das ideias, como folha sulfite, lápis, borracha e caneta, nos preparamos para disponibilizar régua, trena, fita métrica para que eles pudessem fazer as medições.

Para iniciar a atividade, perguntamos aos alunos se eles sabiam o porquê Maringá ter tantas árvores. Com esse questionamento, responderam que era por questões estéticas, para deixar a cidade bonita, e assim questionamos sobre demais motivos que tornam importante ter árvores na cidade. Os alunos indicaram, então, motivos como a umidade do ar, as projeções de sombras, alimentação de animais, etc.

A partir dessa discussão inicial, apresentamos um vídeo[8] acerca da história da arborização de Maringá, o qual ressalta o planejamento dos plantios de árvores na cidade. Depois da apresentação do vídeo, indicamos que a temática da atividade a ser desenvolvida envolvia o plantio de árvores e, para isso, apresentamos mudas de três árvores que havíamos escolhido e expusemos algumas de suas características. Nesse momento, explicamos aos alunos que duas das mudas apresentadas não eram árvores, mas que elas também exigem alguns conhecimentos para que seja possível realizar seus plantios.

Na sequência, solicitamos aos alunos que se dividissem em grupos e que cada grupo escolhesse uma muda para plantar. Assim, foram formados três grupos, sendo dois grupos com dois integrantes e um grupo com três integrantes. A partir disso, cada grupo pesquisou na internet sobre as mudas escolhidas e, depois, foi orientado a escolher uma dentre as áreas que havíamos demarcado, a fim de plantar sua árvore.

Houve justificativas diversificadas em relação à escolha das demarcações. O Grupo 1, por exemplo, se preocupou com a quantidade de água necessária para a sua muda de árvore crescer, optando pela Figura 1-(c). O Grupo 2, por sua vez, se atentou, especificamente, com o tamanho da demarcação, tendo em vista o tamanho

8. Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=77SlfGhaoUM&t=1s.

da muda de árvore que escolheu, optando pela Figura 1-(e). Já o Grupo 3, se preocupou com questões estéticas, possivelmente por lembrar do vídeo que foi apresentado no início da atividade, escolhendo a Figura 1-(d). Assim, observamos que as justificativas dos Grupos 1 e 3 foram elaboradas com base em conhecimentos extra-matemáticos, enquanto a do Grupo 2 se amparou em conhecimentos matemáticos. Ressaltamos, ainda, que a escolha das demarcações esteve atrelada ao tamanho da árvore quando esta estivesse em fase adulta, pois os alunos realizaram pesquisas que lhes possibilitaram obter essa e outras informações.

Feito isso, voltamos para a sala de aula e discutimos com eles sobre informações necessárias para plantar árvores, como: não poder plantar árvores pequenas muito próximas às árvores grandes, sobre o "espaço" de terra que elas ocupariam e, considerando essa última informação, evidenciamos a pergunta que norteou o desenvolvimento da atividade: **"Como estimar a superfície necessária para plantar uma árvore?"**.

Os encaminhamentos do desenvolvimento descritos até aqui estão relacionados à primeira etapa de uma atividade de Modelagem Matemática, segundo Biembengut (2016, p. 192), denominada *percepção e apreensão*, a qual "visa estimular a percepção e a apreensão dos estudantes sobre algum tema/assunto do contexto deles ou que lhes possam interessar, escolhido para valer como guia aos conteúdos curriculares (e não curriculares) que esperamos tratar".

Dando prosseguimento, com base no problema proposto para a atividade, alguns alunos disseram que poderiam subdividir as demarcações em representações de figuras geométricas conhecidas, enquanto outros relataram que não faziam ideia de como poderiam encontrar a área, visto que não reconheciam as figuras apresentadas nas demarcações. Diante disso, ao percebermos que um dos grupos não havia traçado estratégias sobre como poderia calcular a área da demarcação escolhida, começamos uma discussão com todos os alunos sobre como civilizações antigas faziam para calcular a área de terrenos quaisquer, conforme podemos notar no diálogo[9] a seguir:

> **P1***: E aí pessoal, quando a gente não sabe, que nem o caso delas, né, não sabe, não tem uma ideia de como calcular, o que será que a gente poderia fazer, hein?*
>
> **A2G3***: Aí eu não sei...*
>
> ***[...]***
>
> **A1G3***: Tipo... vamos supor que a área tá assim oh... Tá nada exata, vamos dizer assim, aí pega aqui dois metros, um metro e meio, e vai separando assim e depois soma, não sei...*
>
> **P1***: Legal a ideia do AIG3 gente... Gente, vamos pensar, como será que os antigos, as civilizações antigas, o homem até lá na pré-história se virava pra plantar, porque ele tinha que sobreviver das plantações que ele fazia... Como será que as civilizações antigas faziam pra... É... Calcular essa área, de acordo a necessidade de sobreviver que eles tinham? Será que adotavam uma estratégia parecida com o que o A1G3 falou? Será que era uma outra? Vocês têm alguma ideia? Já ouviram falar sobre?*
>
> **A1G2***: Eu acho que como o material era muito escasso eles plantavam e via como é que ficava mais ou menos, daí já tinha uma ideia do espaço.*
>
> ***[...]***
>
> **A1G2***: Pegava uns ossos lá, contornava o espaço lá que ocupava, pegava e transferia pra outros espaços e plantava lá...*

A partir disso, sobre os métodos de cálculos de áreas por civilizações antigas, apresentamos aos alunos duas maneiras de realizá-los, uma em conformidade com um excerto de Boyer (2012, p. 33), no qual relata-se sobre como os egípcios e babilônios faziam para calcular áreas de quadriláteros: “Um documento [...] datando de cerca de 1.500 anos depois de Ahmes, dá exemplos de triângulos, trapézios, retângulos e quadriláteros mais gerais. A regra para achar a área do quadrilátero geral é fazer o produto das médias aritméticas de lados opostos.”; e outra, relativa aos babilônios, segundo Santos, Muniz e Gaspar (2015, p. 26): “Podemos citar também os Babilônios, do período entre 2000 a 1600 a. C., que podiam obter

9. Para fins de preservação da identidade dos professores e alunos, adotamos as seguintes codificações: P1, P2 e P3 para nos referirmos aos professores e A1G1, por exemplo, para nos referirmos ao aluno 1 do Grupo 1, seguindo o mesmo padrão para cada aluno de cada grupo.

áreas de campos irregulares, dividindo-os em triângulos, retângulos, trapézios e retângulos, cujas áreas sabiam calcular".

Ressaltamos que a apresentação dessas informações se fez relevante, tendo em vista que auxiliou alguns alunos na compreensão de como poderiam relacionar o que se fazia há séculos com a problemática que eles tinham no momento. A partir dessa apresentação e esclarecimento de dúvidas sobre tais métodos, enfatizamos novamente o problema proposto, solicitando que os alunos voltassem nas demarcações escolhidas para que fizessem as medições e, de algum modo, conforme achassem mais conveniente, estimassem a área da figura representada. Nesse momento, os três grupos optaram por representar as demarcações escolhidas em seus cadernos de anotações, de modo que pudessem associar as medidas de cada lado do terreno com as medidas correspondentes às representações nos cadernos. Na Figura 3, podemos observar os grupos fazendo as medições.

Figura 3 - Grupos realizando medições nas demarcações

Fonte: Os autores.

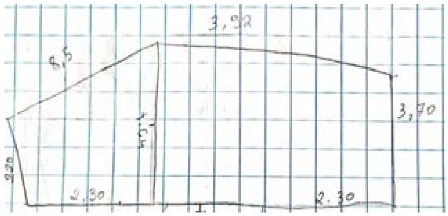
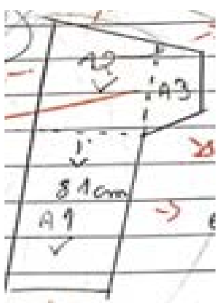
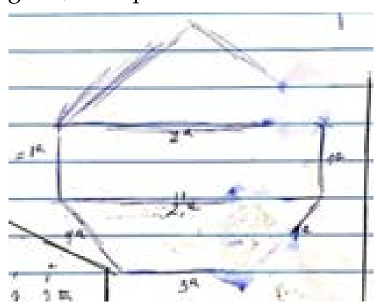
Depois que os alunos anotaram as medidas, começaram a pensar em como poderiam calcular a área das figuras com base nos métodos históricos apresentados anteriormente, isto é, se usariam o método do cálculo de área de quadriláteros ou o de subdivisão em áreas menores, ou ainda, se utilizariam os dois métodos simultaneamente ou misturariam métodos antigos com métodos atuais.

Foram estabelecidas hipóteses diversificadas em relação às estratégias adotadas por cada grupo para estimar as áreas das demarcações. O Grupo 1, inicialmente, adotou a estratégia de dividir a figura em três figuras planas menores, assumindo como hipótese que elas seriam representações de um triângulo, um quadrado e um retângulo. O Grupo 2, por exemplo, assumiu inicialmente que uma das partes da figura demarcada poderia ser um quadrado, mas depois de analisar as medidas dos lados notou que não era, cogitando a hipótese de ser um retângulo, a qual foi assumida posteriormente. Já o Grupo 3, inicialmente adotou como estratégia subdividir a área em dois triângulos e um trapézio, mas também considerou a hipótese de envolver um retângulo.

Posteriormente, para efetuarem os cálculos necessários para estimarem a área, os alunos retornaram para a sala de aula e, em seus respectivos grupos, discutiram sobre as medidas que haviam anotado, sobre os métodos que utilizariam e os procedimentos de cálculos que deveriam realizar para chegar em um resultado. Assim, nesse momento, houve a discussão em cada grupo sobre os modelos adotados, os quais auxiliariam na resolução do problema proposto.

No momento das discussões, foi possível notar que os grupos repensaram sobre o modo mais adequado para estimar a área da figura escolhida. O Grupo 1, por exemplo, no momento de pesquisa de campo, em que foi ao terreno coletar as medidas, havia pensado em subdividir a figura em figuras menores, como triângulo, quadrado e retângulo, no entanto, ao retornar para a sala de aula e visualizar a representação no caderno bem como as medidas que havia coletado, considerou mais adequado dividir a figura em dois quadriláteros. Diante disso, foi preciso retornar para a demarcação do terreno, pois precisaria coletar outras medidas além daquelas já realizadas. A seguir, apresentamos uma descrição das estratégias de cálculos adotadas por cada grupo:

Quadro 1 – Descrição das resoluções de cada grupo

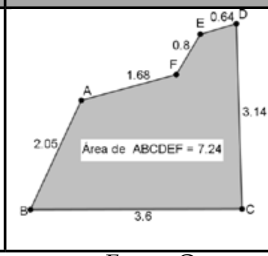
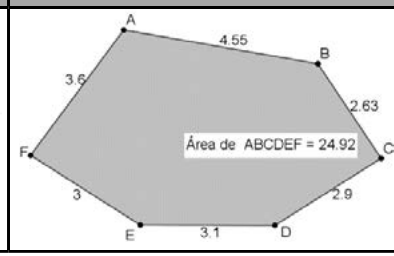
<table>
<tr><th colspan="2">Grupo 1</th></tr>
<tr><td colspan="2">Este grupo escolheu a demarcação apresentada na Figura 1- (c), pentágono irregular, e a representou da seguinte forma:

Para calcular a área do pentágono irregular, a estratégia de resolução se pautou na subdivisão da figura em dois quadriláteros. Para o cálculo da área de cada quadrilátero, usou o método do produto das médias aritméticas de lados opostos. Assim, obteve que o primeiro quadrilátero possuía 18,46 m² e o segundo 21,14 m², totalizando 39,60 m².</td></tr>
<tr><th>Grupo 2</th><th>Grupo 3</th></tr>
<tr><td>Este grupo escolheu a demarcação apresentada na Figura 1 – (e), hexágono irregular, e a representou do seguinte modo:

Para calcular a área do hexágono irregular, o grupo optou por dividi-lo em três quadriláteros. Para o cálculo da área de cada quadrilátero, usou o método do produto das médias aritméticas de lados opostos e, com essa estratégia, obteve os seguintes resultados para as áreas de cada um: 5929,5 cm², 945 cm² e 5427 cm², resultando em uma área total de 7417,2 cm².</td><td>Este grupo escolheu a demarcação apresentada na Figura 1 – (d), hexágono irregular, e a representou dessa forma:

Este grupo havia identificado que a demarcação que escolheu se tratava de um hexágono irregular, contudo, ao representar a figura no caderno, fez um heptágono. Para o cálculo da área, subdividiu o heptágono em um triângulo e dois quadriláteros, obtendo os seguintes resultados para cada área, respectivamente: 9,01 m², 11,73 m² e 8,93 m² e, assim, encontrou como estimativa total da superfície 29,76 m².</td></tr>
</table>

Fonte: Os autores.

Esta fase da atividade está em consonância com a segunda etapa da Modelagem Matemática – *compreensão e explicitação*, conforme proposto por Biembengut (2016), em que os alunos coletaram dados, levantaram hipóteses, formularam questões e elaboraram modelos que os auxiliaram na resolução do problema.

A título de informação, no Quadro 2 apresentamos uma representação das figuras escolhidas por cada grupo, considerando as medidas que havíamos anotado no dia em que fizemos as demarcações e, utilizando a ferramenta "Área" do *software* Geogebra, explicitamos a área dos polígonos formados.

Quadro 2 – Estimativa das áreas escolhidas pelos grupos de acordo com medidas coletadas pelos autores

Grupo 1: Figura 1 - (c)	**Grupo 2: Figura 1 - (e)**	**Grupo 3: Figura 1 - (d)**
		

Fonte: Os autores.

Comparando os resultados dos grupos, apresentados no Quadro 1, e os resultados apresentados pelos autores no Quadro 2, notamos que os resultados de alguns grupos se distanciaram de forma considerável. Nesse sentido, solicitamos aos grupos que se organizassem para apresentar aos colegas os procedimentos seguidos por eles no desenvolvimento da atividade, a fim de interpretar e validar as respostas ao problema proposto.

Nesse momento de socialização foi possível fazer alguns questionamentos com relação ao que haviam feito acerca das medições realizadas e cálculos utilizados, se compreendiam o que significava o resultado que encontraram, bem como se eles faziam sentido quando comparados com os dos colegas, uma vez que haviam escolhido as demarcações já comparando seus tamanhos. A título de exemplo, apresentamos um diálogo com discussões a respeito do modelo e solução indicados.

> **P1**: *Então no resultado que vocês chegaram, a área que vocês escolheram tem 29,76 m². Vocês acham que essa é uma boa aproximação? Oh, por exemplo, comparando com o resultado do Grupo 1, que ela fez aqui oh, deu 39,6 e o de vocês*

deu 29,76… A figura que vocês escolheram era menor que a figura que ela e o grupo dela escolheram?

A1G3*: Parecia que não, mas agora vendo assim em metros quadrados… É.*

P1*: Oh, mas se vocês relembrarem né olhando no chão a figura que estava lá em cima, ela era menor… Ah mas a de vocês estavam aqui embaixo né?*

A2G3*: É.*

P3*: Era maior.*

P1*: É, parecia que era maior, não parecia?*

A1G3*: Será que tá errado?*

A2G3*: É, mas a gente dividiu certo.*

A1G3*: A gente mediu certo.*

A2G3*: É.*

P1*: Então, uma coisa que vocês podem pensar também é qual método que vocês usaram depois que vocês demarcaram, para calcular, por exemplo, a área, a área do triângulo?*

Na parte de finalização da socialização das ideias dos grupos, foi discutido a questão de que, possivelmente, houveram alguns equívocos que poderiam estar relacionados às medições, aos cálculos realizados e aos métodos históricos adotados. Com isso, foi possível analisar a validade do modelo adotado por cada grupo, conforme a terceira etapa de uma atividade de Modelagem Matemática, segundo Biembengut (2016), a qual é denominada *significação e expressão*. Nessa etapa, os alunos ficaram cientes de que os modelos e os processos de cálculos poderiam ser aperfeiçoados para determinar soluções mais coerentes com o tamanho das demarcações que escolheram de modo a relacionar com o tamanho das mudas de árvores em fase adulta. Contudo, naquele dia não houve tempo suficiente para revisarem os procedimentos e estabelecerem conexões com a falta de precisão/adequação dos resultados encontrados em relação aos métodos históricos adotados; também não foi possível realizar o plantio das mudas de árvores.

Por fim, consideramos que esse relato apresenta uma possibilidade de articulação entre Modelagem Matemática e História da Matemática, em que as duas abordagens de ensino se complementaram de modo que conhecer estratégias de cálculo de áreas utilizadas por civilizações antigas foi relevante para a resolução do problema proposto, ou seja, as informações históricas assumiram um papel para além de despertar o interesse dos alunos, ajudando--os no entendimento dos conceitos e procedimentos matemáticos envolvidos na atividade de Modelagem Matemática.

A sementinha da articulação entre Modelagem Matemática e História da Matemática (na verdade, "muda") foi plantada, esperamos que essa "árvore" cresça, floresça e produza bons frutos.

CONVERSA COM QUEM GOSTA DE MODELAGEM MATEMÁTICA

Caro leitor, você já tinha imaginado articular uma atividade de Modelagem Matemática com História da Matemática? Talvez você não tenha parado para pensar nisso antes… Pois bem, neste texto, trazemos um convite para que se possa estabelecer vínculos entre essas duas abordagens de ensino, tendo em vista que atividades de Modelagem Matemática têm potencial para mostrar como o desenvolvimento da Matemática ocorre e isso é fortalecido quando se vincula os acontecimentos históricos relacionados à temática em estudo.

Com essa ideia em vista, neste texto relatamos uma atividade de Modelagem Matemática que envolveu História da Matemática, na qual os alunos tiveram que traçar estratégias de resolução para cálculo de áreas de figuras planas irregulares ao buscarem responder ao problema: **"Como estimar a superfície necessária para plantar uma árvore?"**.

Conforme exposto no texto, tal problema foi lançado a partir de um tema atual, mas para respondê-lo, foi necessário conhecer como civilizações antigas faziam para calcular áreas. Nessa perspectiva, consideramos que, possivelmente, outras atividades de Modelagem Matemática com outras temáticas poderiam ser desenvolvidas de modo que os conhecimentos históricos relacionados à temática se fizessem necessários para a resolução. Você conseguiria pensar sobre outros temas que poderiam gerar problematizações em que a articulação entre Modelagem Matemática e História da Matemática seria conveniente?

Para te ajudar nisso, lembramos que Biembengut (2016) já indicou alguns modelos matemáticos clássicos e a menção do contexto histórico relacionados a eles, os quais poderiam ser trabalhados na Educação Básica e estão relacionados, por exemplo, à: lei de resfriamento e aquecimento de um líquido, proposto por Newton; simulação de propagação de uma doença por meio do modelo de Verhulst. Para te inspirar ainda mais, citamos alguns trabalhos que já apresentaram, de algum modo, articulações entre Modelagem Matemática e História da Matemática, os quais trazem indícios de possibilidades e contribuições para processos de ensino e de aprendizagem de Matemática: Paes (2013), Kdjelsen e Blomhøj (2012) e Gosztonyi (2021).

Você gostou da atividade apresentada neste texto? Esperamos que sim… Caso queira desenvolvê-la, outra possibilidade seria utilizar o *Google Earth*, buscando por alguma região que contenha árvores em sua cidade, de modo que os alunos possam estimar a área por meio da observação da figura que representa a região escolhida. Na Figura 4, apresentamos um exemplo, o qual além da região demarcada - o Parque do Ingá - também evidencia a escala, para auxílio de cálculos.

Figura 4 - Foto do Parque do Ingá em Maringá

Fonte: Google Earth[10].

10. Disponível em: https://earth.google.com/web/search/parque+do+ing%c3%a1+maring%c3%a1/@-23.4283415,-51.93059632,524.61569085a,2030.63564969d,35y,-0h,0t,0r/data=CigiJgokCYZVCpW-hDRAEYZVCpW-hDTAGdqssx0pLDxAIYMi9ohqgFLA. Acesso em: 18 ago. 2022.

Uma sugestão, caso se utilize o *Google Earth*, é deixar que os alunos escolham a região de sua cidade que contenha árvores e cuja área desejam estimar. Nesse caso, o professor, ao invés de levar uma imagem escolhida, deixa a atividade mais livre e ensina os alunos a buscarem pela imagem desejada no *Google Earth*.

E aí? Você ficou inspirado? Esperamos que esse capítulo possa ter suscitado em você reflexões sobre a possibilidade de articulação entre Modelagem Matemática e História da Matemática, de modo que seja possível visualizar a relevância dessa articulação no sentido de que as duas abordagens de ensino se complementem e favoreçam o processo de aprendizagem dos alunos, bem como possibilite vislumbrar como a Matemática se desenvolve. Esperamos que você se sinta motivado a continuar essa 'história' de articulação entre Modelagem Matemática e História da Matemática... O final da história? O início do fim!

REFERÊNCIAS

BIEMBENGUT, M. S. **Modelagem na Educação Matemática e na Ciência**. São Paulo: Livraria da Física, 2016.

BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. **Modelagem matemática no ensino**. 5. ed. São Paulo: Contexto, 2009.

BOYER, C. B. **História da Matemática**. 3. ed. Tradução: Helena Castro. São Paulo: Blucher, 2012.

GOSZTONYI, K. How history of mathematics can help to face a crisis situation: The case of the polemic between Bernoulli and d'Alembert about the smallpox epidemic. **Educational Studies in Mathematics**, v. 108, 2021, p.105–122.

KJELDSEN, T. H.; BLOMHØJ, M. Developing Students' Reflections about the Function and Status of Mathematical Modeling in Different Scientific Practices: History as a Provider of Cases. **Science & Education**, v. 22, n. 9, 2013, p. 2157–2171.

JESUZ, D. A. F. **Desenvolvendo o conceito de áreas:** uma proposta didática para abordar regiões planas irregulares na Educação Básica. 2015. 122f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática – PROFMAT) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2015.

MICHAELIS. **Michaelis**, 2021. Disponível em: https://michaelis.uol.com.br/. Acesso em: 15 ago. 2022.

PAES, L. A. A. **Números complexos**: uma proposta didática baseada na modelagem matemática e em contextos históricos. 2013. 83f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2013.

SANTOS, E. S. C.; MUNIZ, C. A.; GASPAR, M. T. J. **A construção do conceito de área a partir de atividades fundamentadas na história da Matemática**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2015.

9

EXPERIMENTAÇÃO NO ENSINO FUNDAMENTAL: EMBARQUE NESSA ONDA

Paulo Henrique Hideki Araki[1]
https://doi.org/10.54176/PKPE1816

AO INFINITO... E ALÉM!

"Lembre-se de olhar para as estrelas, não para os próprios pés. Tente compreender o que vê e questione que faz o universo existir". Com estas palavras, o físico e cosmólogo britânico Stephen Hawking, um dos cientistas mais reverenciados dos últimos tempos, encerra a sua obra "Breve respostas para grandes questões", em uma espécie de mensagem final antes de sua morte, em 2018.

Mais do que palavras de encorajamento, o sentimento compartilhado por Hawking remonta à história da nossa própria existência na Terra. Desde os tempos mais remotos, podemos perceber que a capacidade humana de compreensão e de construção de conhecimentos sempre esteve atrelada à observação de fenômenos. Não obstante, essa contemplação de aspectos da realidade se constituiu enquanto fundamento para diversas correntes filosóficas: da trajetória metafísica de Platão ao racionalismo de René Descartes; do empirismo moderno de Francis Bacon ao criticismo de Immanuel Kant.

Ao transpormos esse debate ao ambiente escolar, podemos constatar que a produção de conhecimentos a partir da observa-

1. Universidade Estadual de Maringá – Doutorando do PCM.

ção da realidade também constitui uma prática bastante comum, sobretudo no âmbito das disciplinas que compõem a área das Ciências da Natureza. E, assim como no âmbito da Filosofia, a discussão acerca do uso de evidências empíricas no ensino e na aprendizagem das Ciências também sofreu grandes transformações com o passar dos anos.

Durante a primeira metade do século XX, influenciada pela forte tradição da racionalidade científica, o ensino de Ciências encontrava-se pautado no método adotado pelos cientistas para o exercício de sua função. Acreditava-se que a aprendizagem dos alunos ocorria de maneira indutiva, recorrendo aos critérios estabelecidos para o trabalho em laboratório (GIORDAN, 1999). O uso de metodologias, tais como a experimentação, possuía um caráter algorítmico, de modo que, aos alunos, caberia apenas um papel de "agente passivo da aula" (SUART; MARCONDES, 2009, p. 51).

Uma necessária mudança de paradigmas veio a ocorrer somente a partir da década de 1970, influenciada pelas discussões promovidas pela psicologia cognitiva. As concepções de ensino e de aprendizagem de Ciências, antes voltadas a uma percepção lógico-positivista, passaram a se preocupar com o caráter formativo das práticas pedagógicas (GALLIAZZI; GONÇALVES, 2004). Com isso, houve a ascensão de um movimento reflexivo acerca das ações que tomavam corpo no espaço escolar.

Herranen e Aksela (2019) afirmam que, influenciado por essas reflexões, o uso da experimentação em sala de aula, antes tida enquanto uma representação em menor escala do trabalho de cientistas, passou a focar em suas potencialidades na promoção de outras habilidades: o pensamento crítico, a inferência de informações, a comunicação de resultados e o estabelecimento de relações com outras áreas do conhecimento. E é justamente sobre essa última que o presente capítulo começa a tomar forma.

Uma vez que o trabalho com fenômenos advindos da realidade presume o estabelecimento de um "tecido de relações" (BACHELARD, 2000, p. 10), o seu entendimento precisa, também, estar subsidiado em outras áreas, extrapolando aquela que originou o fenômeno. Logo, uma das possibilidades que surgem no horizonte analítico vem a ser a Matemática, uma vez que:

> Esta traduz o fenômeno físico numa linguagem simbólica oferecendo também uma gama de ferramentas lógicas que possibilitam sua análise. Essas representações matemáticas são, na verdade, modelos da realidade que construímos para interpretar, conhecer e agir sobre o fenômeno (BATISTA; FUSINATO, 2015, p. 87).

A experimentação em contexto de sala de aula encontra na Matemática uma possibilidade de discussão bastante prolífica, ao passo que a obtenção de "modelos da realidade" pressupõe um trabalho à luz da Modelagem Matemática. Assim, esta se manifesta enquanto um caminho metodológico aceitável e que possibilita uma integração entre conhecimentos matemáticos e extramatemáticos.

Levando em consideração as ideias supracitadas, o presente capítulo busca apresentar uma proposta de atividade de Modelagem Matemática, idealizada a partir da observação de um fenômeno real. Para tanto, a coleta de dados encontra-se subsidiada pela realização de um experimento didático, acerca de um conceito oriundo da disciplina de Ciências, no âmbito das aulas de Matemática.

ONDA VIAJANTE

A atividade de Modelagem Matemática intitulada "Onda viajante" foi desenvolvida por uma turma do 9º ano do Ensino Fundamental, de uma escola particular situada no estado do Paraná. Essa turma era composta por 14 alunos, divididos em três grupos menores. Uma vez que este era o primeiro contato formal entre os alunos e a Modelagem Matemática, o professor – e autor deste capítulo – atribuiu aos próprios alunos a responsabilidade pela divisão da turma.

Mediante a obtenção de um aval, tanto da equipe diretiva da escola como dos pais e responsáveis pelos alunos, foram disponibilizadas seis aulas da disciplina de Matemática para o desenvolvimento da atividade. A escolha por essa quantidade de aulas visou acomodar as cinco fases de uma atividade de Modelagem Matemática, conforme Almeida, Silva e Vertuan (2012), a constar: i) *inteiração*, caracterizada pelas ações iniciais de definição da situação-problema a ser investigada e de estratégias para a sua resolução; ii) *matematização*, denotada por ações que visam a tradução da linguagem natural da situação para uma linguagem matemática; iii) *resolução*, definida pela dedução de um modelo matemático capaz de representar a situação; iv) *interpretação dos resultados* obtidos a partir do modelo matemático e; v) *validação* do modelo matemático, em termos da aceitação da solução obtida.

A seguir, em subseções próprias, encontram-se descritas as ações que foram empreendidas em cada uma das fases da atividade, a quantidade de aulas destinadas e alguns dos resultados obtidos.

Inteiração: Primeiros passos da atividade

A fase de *inteiração* da atividade ocorreu ao longo de uma aula. Em um momento anterior à realização da atividade, a partir de uma conversa com a professora de Ciências da turma, ficou definido que o tema a ser investigado estaria relacionado com o estudo da ondulatória, uma vez que esta fazia parte do currículo da disciplina no bimestre letivo em questão.

As ações iniciais tiveram o intuito de evidenciar os conhecimentos prévios dos alunos sobre a ondulatória. Para tanto, no início da aula de Matemática, foi promovido um momento de discussão com toda a turma.

Primeiramente, o professor pediu aos alunos que comentassem sobre o conteúdo que estava sendo estudado na disciplina de Ciências. Sem maiores hesitações, alguns alunos mencionaram o estudo da ondulatória, trazendo à tona os elementos que compõem uma onda e algumas de suas propriedades.

Diante de uma nova solicitação do professor, para que fossem exemplificadas algumas ocorrências de ondas em seu cotidiano, os alunos destacaram as ondas do mar e o som, indo ao encontro do conteúdo estudado em Ciências até então. Prevendo essa resposta, o professor então indagou: "*Afinal, como podemos ter certeza que o som* é uma *onda, se não conseguimos enxergá-lo?*".

Nesse momento, um silêncio se instalou na sala de aula. Os alunos não souberam responder, o que pode ser atribuído ao fato da classificação de ondas quanto à sua natureza – mecânicas, eletromagnéticas, gravitacionais – não fazer parte do escopo da disciplina de Ciências para aquele ano letivo.

Buscando contornar essa dificuldade, foi proposta a apresentação de um vídeo[2] explicativo sobre as ondas sonoras, contemplando a forma como essas ondas se propagam no ar e como são captadas pelo ouvido humano. Logo, os alunos puderam perceber que, mesmo não sendo visível, o som possui características que se assemelham aos demais tipos de ondas.

Com base nessas considerações, o professor apresentou outro vídeo[3], demonstrando o funcionamento de uma "máquina de ondas", construída a partir de palitos de churrasco, fixados em intervalos regulares ao longo de uma fita adesiva. Diferentemente das ondas sonoras, as ondas geradas pelo aparato eram visíveis, de modo que, ao interagir com o primeiro palito do sistema, uma perturbação ondular se propagava ao longo do sistema, até atingir o último palito.

Sobre o fenômeno apresentado, o professor indagou os alunos quanto aos fatores externos que poderiam influenciar no tempo de propagação da onda, ao passo que, recorrendo a concepções prévias, os alunos elencaram algumas possibilidades: a distância entre os palitos, as dimensões da fita, a força aplicada sobre primeiro palito e o comprimento dos palitos utilizados. Esta última acabou servindo de inspiração para a definição da situação-problema que seria investigada na atividade: Qual é a relação existente entre o comprimento do palito e o tempo necessário para que uma onda se propagar por toda a extensão do sistema? Definiu-se que, no decor-

2. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=WLM6-By0qBg>.

3. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=J3K966ZXdD0>.

rer da fase seguinte, os grupos seriam responsáveis pela construção e manuseio de uma "máquina de ondas".

Matematização: Experimentação didática e coleta de dados

Para o desenvolvimento da fase de *matematização,* foram alocadas duas aulas. Para tanto, cada grupo ficou responsável pela construção de uma "máquina de ondas", utilizando palitos com comprimentos de 15, 20 e 25 cm. As ações desenvolvidas na construção dos aparatos encontram-se sistematizadas no Quadro 1.

Quadro 1: Ações empreendidas na construção de "máquinas de ondas".

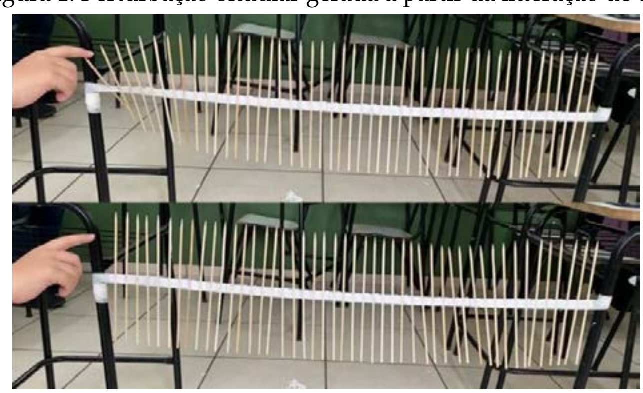
 **1.** Utilizando uma régua e uma caneta, fazer marcações nos palitos, referentes ao comprimento a ser utilizado.	 **2.** Com o auxílio de um alicate, cortar os palitos nas marcações feitas na etapa anterior.
 **3.** Fixar ambas as extremidades de uma fita adesiva, de modo que a mesma perfaça um comprimento de 1 m.	 **4.** Usando uma caneta, fazer marcações a cada 2 cm por toda a extensão da fita adesiva.
 **5.** Sobre as marcações feitas na etapa anterior, fixar os palitos de churrasco, atentando-se para que os mesmos fiquem centralizados.	 **6.** De modo a evitar que os palitos se soltem do sistema, utilizar outra camada de fita adesiva.

Fonte: Arquivo do autor (2022).

Ao concluir a construção das "máquinas de ondas", o professor incentivou os alunos a interagirem com o sistema, conforme observado no vídeo apresentado na fase de *inteiração*. Desta forma, os alunos puderam perceber que, de fato, havia a formação de ondas que se propagavam por toda a extensão do aparato.

Para a obtenção do tempo necessário para a propagação de uma onda, foi proposto que os grupos filmassem o seu experimento utilizando um aparelho celular. Para tanto, o professor fez algumas recomendações: i) cada experimento seria conduzido três vezes, de modo que o tempo de propagação da onda corresponderia à média aritmética dos tempos obtidos em cada ensaio; ii) cada grupo deveria eleger um aluno para realizar o manuseio do aparato, de modo a minimizar eventuais erros humanos; iii) as gravações em vídeo deveria ser feitas utilizando o recurso "câmera lenta" do aparelho celular, agregando maior precisão na obtenção do tempo inicial e final de cada ensaio. A Figura 1 apresenta um dos ensaios[4] realizados durante essa fase.

Figura 1: Perturbação ondular gerada a partir da interação de um aluno com o aparato



Fonte: Arquivo do autor (2022).

Cada grupo, então, disponibilizou os vídeos de seus três ensaios em um grupo criado pelo professor no aplicativo WhatsApp, para que os demais alunos pudessem ter acesso às gravações dos

4. A gravação em vídeo de um dos ensaios conduzidos pelos alunos pode ser acessada utilizando o código QR disposto ao lado da Figura 1.

outros experimentos. Para a determinação do tempo, o professor orientou os alunos obtivessem a diferença entre o instante exato em que o aluno solta o primeiro palito e o instante em que a onda atinge o último palito. Os valores encontrados por um dos grupos encontram-se dispostos na Tabela 1.

Tabela 1: Dados obtidos a partir da análise das gravações em vídeo

Grupo	Comprimento (cm)	Ensaio 1 (s)	Ensaio 2 (s)	Ensaio 3 (s)	Tempo médio (s)
1	15	0,94	0,90	0,91	0,92
2	20	1,08	1,02	1,12	1,07
3	25	1,21	1,24	1,28	1,24

Fonte: Registro dos alunos (2022).

Antes de concluir a fase de *matematização*, o professor solicitou aos alunos que instalassem o aplicativo GeoGebra em seus aparelhos celulares, uma vez que esse recurso seria utilizado para as análises conduzidas na fase seguinte.

Resolução: Deduzindo um modelo matemático

A fase de *resolução* da atividade, que ocorreu ao longo de uma aula, teve início com uma discussão acerca dos valores experimentais obtidos na fase anterior. Ao serem indagados sobre as características do fenômeno investigado, houve um consenso quanto à relação de dependência entre as variáveis, uma vez que a diminuição no comprimento do palito implicava em uma diminuição do tempo de propagação das ondas.

Outra hipótese levantada seria de que intervalos de comprimento constantes deveriam implicar em uma mesma variação de tempo, indicando se tratar de uma função afim. Tal assertiva pode estar relacionada ao fato dos alunos possuírem conhecimentos prévios acerca desse tipo de função.

Visando obter uma solução para a situação-problema apresentada na fase de *interação*, o professor apresentou o aplicativo Geo-

Gebra aos alunos. Essa ferramenta possibilitaria a representação das variáveis em um plano cartesiano e, por conseguinte, contribuiria para a obtenção da lei de formação para a função representada.

De modo a identificar os pares ordenados que seriam utilizados, o professor questionou os alunos quanto aos tipos de variáveis presentes na situação investigada. Nesse sentido, os mesmos souberam relacionar corretamente o comprimento do palito como sendo a variável independente (x) e o tempo de propagação da onda como a variável dependente (y).

Com base nessas considerações, cada grupo inseriu, na interface do aplicativo, os respectivos pares ordenados (x, y) obtidos a partir das análises conduzidas na fase de *matematização*. De modo a obter a lei de formação da função afim, o professor orientou os alunos na utilização da ferramenta "reta de regressão linear". A Figura 2 ilustra as ações de um aluno no decorrer dessa fase.

Figura 2: Aluno manuseando o aplicativo GeoGebra e a respectiva captura de tela

Fonte: Arquivo do autor (2022).

Logo, a partir da utilização do aplicativo, foi possível a dedução do modelo matemático $y = 0{,}032x + 0{,}437$ como sendo a função que representa a relação estabelecida entre o comprimento do palito (em centímetros) e o tempo de propagação da onda (em segundos).

Interpretação dos resultados: O que o modelo matemático representa?

A *interpretação dos resultados* ocorreu no mesmo dia que a fase de *resolução*, no decorrer de uma aula. Para tanto, o professor promoveu uma discussão acerca do modelo matemático deduzido e suas implicações para o fenômeno investigado.

Por se tratar de um conceito que havia sido contemplado anteriormente na disciplina de Matemática, os alunos recorreram aos conhecimentos prévios para identificar algumas características da situação investigada: 1) como o coeficiente angular era positivo, a função seria crescente, reiterando a relação de dependência identificada pelos alunos na fase de *resolução*; 2) uma vez que a variável independente era o comprimento do palito, a mesma não poderia admitir valores negativos.

Além disso, as discussões feitas no decorrer dessa fase possibilitaram evidenciar indícios de concepções prévias acerca do conceito de velocidade de uma onda. Ainda que a equação fundamental da ondulatória ($V = \lambda \,.\, f$, onde é a velocidade de propagação da onda, comprimento da onda e é a frequência das oscilações) não tivesse sido formalizada na disciplina de Ciências, os alunos pareceram estabelecer uma relação de proporcionalidade direta entre a velocidade e comprimento da onda.

Validação: Comparação com a experimentação

Para a fase de *validação* da atividade de Modelagem Matemática, o professor destinou uma aula. De modo a avaliar a aceitabilidade da função afim obtida, em termos do fenômeno investigado experimentalmente, foi sugerida a determinação do tempo necessário para uma onda se propagar em um sistema construído com palitos de 10 cm de comprimento.

Para tanto, os resultados obtidos matematicamente, pela substituição de valores no modelo matemático, seriam comparados com os resultados experimentais obtidos a partir da construção de uma nova "máquina de ondas". Dadas as restrições de tempo, o professor entregou aos alunos os palitos de churrasco já aferidos e cortados. Para a construção e manuseio do novo aparato, os alunos seguiram os mesmos critérios utilizados no decorrer da fase de *matematização*, como apresentado na Figura 3.

Figura 3: Aluno manuseando o aparato construído com palitos de 10 centímetros

Fonte: Arquivo do autor (2022).

Desta forma, o tempo médio obtido a partir da realização dos três ensaios foi de 0,78 segundo. Comparando esse valor com o tempo encontrado a partir da substituição no modelo matemático deduzido (0,76 segundo), os alunos perceberam que os resultados estavam bastante próximos, uma vez que a diferença se encontrava na ordem dos centésimos de segundo. Isso indicava que a função afim obtida poderia, até certa extensão, representar o fenômeno evidenciado experimentalmente.

CONVERSA COM QUEM GOSTA DE MODELAGEM MATEMÁTICA

Apesar de toda uma idealização por trás de práticas pedagógicas que sejam capazes de proporcionar uma visão holística e integradora das áreas do conhecimento, a vivência de muitos ambientes formativos nos revela outra realidade. Seja por falta de oportunidade ou de iniciativa, em muitas situações, a metáfora "gaiola epistemológica", introduzida pelo saudoso professor Ubiratan D'Ambrósio, se faz presente.

Tomemos como exemplo a própria disciplina de Matemática. Em várias situações, os objetos matemáticos – funções, gráficos, equações, axiomas – são abordados de forma isolada, sem que haja o estabelecimento de um diálogo com outras disciplinas. Logo, percebe-se que o conhecimento matemático acaba se retroalimentando, ou seja, possui um fim em si mesmo.

Ainda que não entre no mérito de abarcar a rica (e necessária) discussão que acompanha a temática da inter/multi/transdisciplinaridade[5], a atividade apresentada neste capítulo buscou conciliar os conceitos e práticas das Ciências da Natureza e da Matemática. Para isso, recorreu-se ao suporte fornecido pela Modelagem Matemática mediante o trabalho com fenômenos evidenciados experimentalmente.

Isso se mostra válido ao considerarmos a etapa da Educação Básica na qual a atividade se encontra inserida – os anos finais do Ensino Fundamental. O ingresso do aluno nesta etapa acaba sendo marcado por múltiplas mudanças: a troca do ambiente escolar; o abandono da figura de um professor polivalente em detrimento de vários professores, em suas respectivas disciplinas; os primeiros indícios de um trabalho na dimensão abstrata do conhecimento, demarcado pela transição do estágio operatório concreto ao estágio operatório formal...

Nesse cenário, a Modelagem Matemática acaba emergindo enquanto uma possibilidade metodológica que extrapola as barreiras impostas pela compartimentalização de saberes. E, ao associá-la ao uso de experimentações didáticas, as possibilidades se tornam infinitas!

Exemplos disso, no âmbito do ensino de Matemática, são facilmente encontrados na literatura: a pesquisa de Teixeira (2019) apresenta e discute quatro propostas de atividades de Modelagem

5. Para fins de aprofundamento neste tópico, recomendo a leitura das obras de D'Ambrósio (2014, 2016).

Matemática envolvendo a experimentação de conceitos advindos da Física; Alves e Lima (2015) recorrem a um experimento didático sobre pluviometria enquanto motivadora de suas investigações; posso mencionar, também, o caderno de atividades desenvolvido por mim (ARAKI, 2020), fruto da pesquisa desenvolvida no âmbito do mestrado profissional, no qual apresento sete propostas de atividades de Modelagem Matemática a partir da coleta experimental de dados.

Mais do que um amplo acervo de atividades disponíveis na literatura, quando afirmo que as possibilidades são infinitas, também me refiro às inúmeras possibilidades de investigação decorrentes de uma mesma temática. Uma prova disso vem a ser a própria atividade "Onda viajante". E se, ao invés do comprimento de palitos, os alunos investigassem a influência dos outros aspectos que foram mencionados na fase de *inteiração* – distância entre os palitos, dimensões da fita, força aplicada sobre o primeiro palito – no tempo de propagação da onda?

Apesar de ser uma mudança aparentemente simples na situação-problema investigada, os resultados seriam outros, uma vez que os alunos mobilizariam outros conhecimentos (matemáticos e extramatemáticos) e outras formas de análise. Logo, constituiriam atividades de Modelagem Matemática diferentes desta, aqui apresentada.

Espero que as discussões apresentadas neste texto, ainda que, por si só, não sejam capazes de romper com as eventuais gaiolas epistemológicas, possam despertar a curiosidade de se enxergar para além de suas grades. Enfim, contemplar na Modelagem Matemática uma oportunidade para se "olhar para as estrelas".

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. A. P.; VERTUAN, R. E. **Modelagem matemática na educação básica**. São Paulo: Contexto, 2012.

ALVES, F. J. C.; LIMA, A. C. M. **Um experimento didático da modelagem matemática da pluviometria na região norte**. Revista Cocar, v. 9, n. 18, p. 402-424, 2015.

ARAKI, P. H. H. **Atividades experimentais investigativas em contexto de au-**

las com modelagem matemática: uma análise semiótica. 2020. 169 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, 2020.

BACHELARD, G. **A epistemologia**. Lisboa: Edições 70, 2000.

BATISTA, M. C.; FUSINATO, P. A. **A utilização da modelagem matemática como encaminhamento metodológico no ensino de física**. Revista de Ensino de Ciências e Matemática, v. 6, n. 2, p. 86-96, 2015.

D'AMBRÓSIO, U. **Educação Matemática e o estado do mundo:** desafios. Em Aberto, v. 27, n. 91, p. 157-169, 2014.

______. **A metáfora das gaiolas epistemológicas e uma proposta educacional**. Perspectivas da Educação Matemática, v. 9, n. 20, p. 222-234, 2016.

GALLIAZZI, M. C.; GONÇALVES, F. P. **A natureza pedag**ógica da experimentação: uma pesquisa na licenciatura em química. Química Nova, v. 27, n. 2, p. 326-331, 2004.

GIORDAN, M. **O papel da experimentação no ensino de ciências**. Química Nova na Escola, n. 10, p. 43-49, 1999.

HERRANEN, J.; AKSELA, M. **Student-question-based inquiry in Science education**. Studies in Science Education, v. 55, n. 1, p. 1-36, 2019.

SUART, R. C.; MARCONDES, M. E. R. **A manifestação de habilidades cognitivas em atividades experimentais investigativas no ensino médio de química**. Ciência & Cognição, v. 14, n. 1, p. 50-74, 2009.

TEIXEIRA, J. C. P. **Introduzindo conceitos de física no ensino fundamental 2 através da modelagem matemática**. 2019. 100 f. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2019.

10

MODELANDO O CAFÉ DA MANHÃ, ALMOÇO E JANTAR: QUANTAS SÃO AS CALORIAS CONSUMIDAS?

Emilly Gonzales Jolandek[1]
Maria Isabela Galvani Zussa[2]
Samara do Nascimento Dubian[3]
Wellington Piveta Oliveira[4]
https://doi.org/10.54176/VOQW6207

CONSIDERAÇÕES INICIAIS:

Quanta energia você "consumiu" hoje? E nós não estamos falando de eletricidade! Os alimentos que consumimos também possuem energia, ou seja, cada alimento possui seu valor calórico e nutricional. A caloria é uma medida de energia que está presente em todos os alimentos, pois os alimentos fornecem energia para o organismo, permitindo o funcionamento do corpo. Essa energia pode ser utilizada ou armazenada e isso vai depender da quantidade e qualidade dos alimentos ingeridos. As necessidades energéticas variam muito e vão depender da idade, sexo, peso, atividade física, doenças, entre outros atributos, isto é, da taxa metabólica do indivíduo (YOUDIM, 2019).

1. Universidade Estadual de Maringá (UEM) – Doutoranda PCM
2. Universidade Estadual de Maringá (UEM) – Integrante do GIEMEM
3. Universidade Estadual de Maringá (UEM) – Integrante do GIEMEM
4. Universidade Estadual do Paraná, campus de Paranavaí (UNESPAR) – Departamento de Matemática.

Contudo, o consumo de alimentos realizados de forma inadequada pode levar a casos extremos como desnutrição ou obesidade. Por isso, falar sobre educação alimentar e nutricional na Educação Básica têm sua relevância, como um tema que está presente no cotidiano dos alunos, é importante que eles compreendam que a nutrição "é o processo de consumo, absorção e utilização dos nutrientes necessários para o crescimento e desenvolvimento do corpo, bem como para a manutenção da vida" (YOUDIM, 2019, p. 1).

Desde 1997, propõe-se uma educação voltada para a cidadania a fim de auxiliar na aprendizagem escolar, com a incorporação de temas transversais no ensino. Assim, com a homologação da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) essa proposta foi ampliada e foram implementados os Temas Contemporâneos Transversais (BRASIL, 2019a). Esses temas buscam articular os componentes curriculares com situações do contexto vivenciado pelos estudantes, além disso eles contribuem na formação para o trabalho, cidadania e democracia (BRASIL, 2019b), dentre eles, destacamos o supracitado nos parágrafos introdutórios.

Dentre os Temas Contemporâneos Transversais orientados pela BNCC, que são 6 macroáreas, temos a área da Saúde que está dividida em duas: i) Saúde e ii) Educação Alimentar e Nutricional. Em nossa atividade de Modelagem Matemática daremos enfoque para a Educação Alimentar e Nutricional, a partir do tema calorias consumidas durante um dia.

O tema "calorias consumidas" escolhido para a atividade de Modelagem Matemática emerge no contexto de um curso de formação, desenvolvido com licenciandos de Matemática que participavam do Residência Pedagógica (RP) no ano de 2021, em uma universidade pública do estado do Paraná. O RP, é um programa de bolsas para alunos que cursam licenciaturas de forma presencial atendendo os alunos que estão cursando o terceiro ou quarto ano. O RP tem como objetivo auxiliar na formação de estudantes de diferentes licenciaturas, para que eles tenham contato com a Educação Básica por meio da "ponte" entre Ensino Superior e Educação Básica, ou seja, por meio da articulação como uma oportunidade para atribuir sentido às experiências que são realizadas, aproximando ambos os níveis de ensino e, nessa articulação, pode acontecer a relação entre teoria e prática.

O curso de formação teve como objetivo propiciar, na formação inicial de professores de Matemática, a experiência teórico-prático-metodológica com a Modelagem Matemática. O mesmo ocorreu remotamente devido a pandemia da COVID-19 e teve a participação de 29 residentes de Matemática, 3 professores de Matemática da Educação Básica que supervisionavam os residentes e 7 professores ministrantes, alunos de mestrado e doutorado.

Dentre os diferentes momentos do curso, os residentes atuaram ora como alunos, ora como professores nas atividades de Modelagem Matemática. Desta maneira, em um dos momentos do curso, os residentes atuando como professores, divididos em grupos, tiveram que planejar e implementar por meio de uma aula simulada, uma atividade de Modelagem Matemática.

A atividade que apresentamos neste capítulo foi desenvolvida por um dos grupos e teve como tema - **calorias consumidas**, a qual contou com algumas etapas: interação; elaboração de um problema; matematização e resolução; e validação. No Quadro 1, apresentamos uma síntese de possíveis ações demandadas na realização da atividade.

Quadro 1: Descrição da atividade sobre calorias consumidas.

Etapas da atividade de Modelagem Matemática	Descrição
Interação	Utilizar uma notícia sobre alimentação, um exemplo, sobre o prato feito (PF), visto que as porções são exageradas. Na sequência iniciar algumas discussões com os alunos referente a notícia, questionando sobre o que são calorias, a quantidade de calorias presentes em um único prato e porquê não ingerir alimentos muitos calóricos.
Problema	Qual a quantidade diária necessária de calorias a serem ingeridas por uma pessoa?

Matematização e Resolução	É possível considerar a quantidade de calorias consumidas no café da manhã, almoço, jantar e outras refeições referente ao dia anterior, a fim de encontrar um valor para as calorias consumidas durante o dia. Diante disso, deve-se elaborar uma tabela e colocar todos os alimentos ingeridos em um dia, calcular quantas calorias possui cada alimento e verificar o consumo total do dia anterior de uma pessoa. Na sequência, construir uma nova tabela, com o consumo que o aluno considera ideal para seu corpo.
Validação	Discutir se o resultado encontrado nas tabelas de cada aluno é a quantidade ideal de calorias a serem consumidas. Entender o que é a Taxa Metabólica Basal (TMB), calcular a TMB e comparar com as calorias consumidas no dia anterior e calorias da dieta ideal. Discutir com os alunos os resultados e concluir o problema, verificando os valores que podem variar de acordo com o sexo e outros fatores.

Fonte: os autores (2022).

A partir dessa sugestão sintetizada da prática com a atividade de Modelagem Matemática apresentamos, na sequência, como foi o desenvolvimento dela com os participantes da experiência.

DESENVOLVIMENTO DA ATIVIDADE DE MODELAGEM MATEMÁTICA: CALORIAS CONSUMIDAS

A primeira etapa para a realização da atividade de Modelagem Matemática é definir o tema com base no contexto real do aluno e, a partir dele, identificar uma situação que converge para um pensar matemático. Visto que a elaboração da atividade aconteceu no período pandêmico, ocasionalmente, apareciam reportagens a respeito do aumento de "peso", do ganho de "peso" decorrente do isolamento social e os perigos da obesidade como agravante para a pandemia da COVID-19. Desta maneira, foi pensado inicialmente pelos residentes, em construir uma atividade que problematizasse esse tema.

Durante a coleta de informações, feita pelos residentes que estavam elaborando a atividade de Modelagem Matemática, surgiram ramificações de assuntos englobados na temática que, nesse caso, estavam presentes em artigos, *websites* e reportagens tratando de temas como o *fast food*, dietas, alimentos super calóricos e também propagandas que nos causam desejos alimentares. Nesse momento, foi incerto qual caminho seguir diante de uma gama de possibilidades e de informações. Assim a reportagem "Prato feito brasileiro tem tamanho exagerado e excesso de calorias" encontrada no site do G1 (2019) (Figura 1) provocou o grupo dos residentes que estavam elaborando a atividade, a questionar-se acerca da quantidade de alimentos e das calorias presentes em um prato feito, já que é algo comum e que tem um consumo considerável em nosso país.

Figura 1: Notícia sobre as calorias de um prato feito.

Fonte: G1 (2019).

As primeiras interrogações que surgiram foram: Será que ele é realmente suficiente para uma refeição? Será que apresenta uma quantidade exagerada de comida? Quantas calorias realmente são necessárias para um almoço? E para um dia todo? Diante de tantos questionamentos, como transformar isso em uma pergunta que conduzisse a um pensar matemático? Para isso, surgiram análises e diferentes discussões no grupo, onde também explicamos sobre o que são calorias e como eles se referem ao acúmulo de caloria diária. Partindo desses questionamentos, a problemática da atividade voltou-se para: *Qual a quantidade diária necessária de calorias a serem ingeridas por uma pessoa?*

Com o tema e o problema definidos, o desenvolvimento da atividade de Modelagem Matemática contou com a notícia do prato feito, apresentado na Figura 1 e foi seguido de uma conversa a respeito das calorias e como elas podem ser medidas. Durante o bate-papo, foram feitos alguns questionamentos: Vocês acreditam que, de fato, o prato feito contém mais calorias do que é necessário? Levando em consideração a rotina de atividades diárias de vocês, o prato feito fornece uma quantidade ideal para a produção de energia? Você acredita que sua ingestão de calorias diárias é o suficiente, ou ingere mais que o necessário? As perguntas foram feitas a fim de direcionar os participantes ao caminho desejado, ou seja, ao tema da atividade.

Os alunos comentaram que, na correria do dia a dia, é muito comum que consumam pratos feitos e que já haviam pensado na grande quantidade de carboidratos, gorduras e sódio que podem estar presentes nestas refeições e que podem ocasionar consequências futuras para a saúde, mas salientaram que o prato feito é necessário diante das inúmeras atividades que realizam durante o dia. Como o objetivo era relacionar as calorias presentes nos alimentos, diante dessas perguntas, então, sugerimos uma exploração sobre a contagem de calorias presentes nos alimentos.

Com isso, foi realizada a pergunta da atividade: *Qual a quantidade diária necessária de calorias a serem ingeridas por uma pessoa?* A partir da pergunta, disponibilizamos uma dieta fictícia, a fim de que os residentes verificassem se a quantidade de alimento ali presente era ideal. Em discussão, eles negociaram que uma dieta iria depender de alguns fatores como, sexo, idade, entre outros.

Diante disso, os alunos foram orientados a construir uma tabela com os alimentos consumidos no dia anterior, seguido de suas respectivas calorias. Para verificar as calorias dos alimentos, os residentes utilizaram a internet, bem como o aplicativo *FatSecret*[5] que é um contador de calorias. Nas Figuras 2 e 3, apresentamos a ingestão calórica diária de dois residentes, elaboradas por eles.

5. Disponível no *Google Play*: https://play.google.com/store/apps/details?id=com.fatsecret.android&hl=pt_BR&gl=US.

Figura 2: Alimentos e suas respectivas calorias do residente 1.

Ingestão Calórica Diária							
Café da manhã	**Calorias**	**Almoço**	**Calorias**	**Jantar**	**Calorias**	**Outros**	**Calorias**
Café com açúcar	33	Coxa de frango	110	Bisteca de porco	337	Cerveja	147
Leite	90	Arroz	160	Arroz	160	Chocolate	340
Bisnaguinha	45	Feijão	75	Feijão	75	Maisena	100
		Ovo	108	Batata	220	Bala	38
		Tomate	40			Bolo	135
						Maça	85
Total refeição	**168**	**Total refeição**	**493**	**Total refeição**	**792**	**Total refeição**	**845**
Total diário	**2298**						

Fonte: Acervo dos autores (2021).

Figura 3: Alimentos e suas respectivas calorias do residente 2.

Ingestão Calórica Diária							
Café da manhã	**Calorias**	**Almoço**	**Calorias**	**Jantar**	**Calorias**	**Outros**	**Calorias**
Pão com manteiga	209	Arroz	80	Arroz	80	Coca-cola	10
café com açúcar	33	Feijão	24	Feijão	24	Pastel de queijo	200
		Bife	140	Bife	140	Chocolate	1044
		Ovo	180	Ovo	180	Café	33
		Salada	8	Salada	8		
Total refeição	**242**	**Total refeição**	**432**	**Total refeição**	**432**	**Total refeição**	**1287**
Total diário	**2393**						

Fonte: Acervo dos autores (2021).

É possível verificar nas duas figuras que alguns alimentos se repetem, todavia as calorias variam. Isso se deve a quantidade de alimento que cada um consumiu. Com isso, os residentes anotaram os alimentos e suas respectivas calorias referente ao café da manhã, almoço, jantar e outras refeições, seguido das calorias totais consumidas no dia anterior.

Após cada aluno elaborar a sua tabela, discutimos se aquela quantidade de calorias era suficiente para eles, ou se estavam ingerindo mais do que deveriam. Muitos dos residentes se assustaram com a quantidade de calorias de alimentos específicos como, o pão com manteiga, que possui 209 kcal e até mesmo uma laranja grande que possui, em média, 86 kcal, bem como com a quantidade total de calorias que estavam consumindo.

Na sequência, questionamos se aquele total encontrado para um dia, dependia do valor de calorias que gastamos no decorrer desse mesmo dia. Durante a discussão sobre a tabela construída, alguns alunos chegaram à conclusão de que deveriam diminuir a quantidade de comida, já outros chegaram à conclusão de que talvez devessem comer um pouco mais. A maioria concordou que a quantidade ingerida deve depender também do que se é gasto ao longo do dia. Dessa forma, apresentamos um quadro com o gasto calórico de algumas atividades físicas, além do aplicativo citado anteriormente que, ademais de possuir uma ferramenta que indica a quantidade de calorias presentes em determinados alimentos, também indica a quantidade de calorias gastas em algumas atividades.

Quadro 2: Consumo de calorias em algumas atividades físicas

Atividade Física	**Kcal gasta**
Corrida	500 a 900 Kcal/ hora
Pular corda	860 Kcal/ hora
Subir escadas	700 Kcal/ hora
Ciclismo	360 Kcal/ hora
Musculação	300 Kcal/ hora

Fonte: Adaptado de UNIMED (2021).

Novamente, as discussões sobre o gasto de calorias trouxeram reflexões acerca das inúmeras variáveis a serem consideradas na construção de uma dieta ideal para resposta a nossa situação problema. Para tanto, cada integrante do grupo estabeleceu os critérios e as variáveis importantes para a elaboração do seu modelo, como mostramos os exemplos dos modelos nas Figuras 4 e 5.

Figura 4: Dieta ideal montada pelo residente 1

Ingestão Calórica Ideal							
Café da manhã	**Calorias**	**Almoço**	**Calorias**	**Jantar**	**Calorias**	**Outros**	**Calorias**
Café sem açúcar	3	Coxa de frango	110	Bisteca de porco	337	Banana prata	55
Leite	90	Arroz	160	Arroz	160	Laranja	92
Bisnaguinha	45	Feijão	75	Feijão	75	Maçã	35
		Ovo	108	Alface	12	Goiaba	43
		Couve	134	Tomate	40	Aveia	100
Total refeição	**168**	**Total refeição**	**587**	**Total refeição**	**624**	**Total refeição**	**325**
Total diário	**1724**						

Fonte: Acervo dos autores (2021).

Figura 5: Dieta ideal montada pelo residente 2

Ingestão Calórica Ideal							
Café da manhã	**Calorias**	**Almoço**	**Calorias**	**Jantar**	**Calorias**	**Outros**	**Calorias**
Pão com manteiga	209	Arroz	80	Arroz	80	Frutas	250
Café sem açúcar	3	Feijão	24	Feijão	24	Chocolate	40
		Bife	140	Bife	140		
		Ovo	180	Ovo	180		
		Salada	8	Salada	8		
Total refeição	**212**	**Total refeição**	**432**	**Total refeição**	**432**	**Total refeição**	**290**
Total diário	**1366**						

Fonte: Acervo dos autores (2021).

Esses modelos foram apresentados e discutidos posteriormente. Fizemos uma reflexão acerca das dietas montadas e uma comparação com a tabela feita no começo da atividade. Foi possível analisar os modelos e fazer discussões com os residentes sobre as hipóteses levantadas e os modelos criados, bem como sobre a diferença entre a quantidade e os tipos de alimentos presentes nas duas tabelas e se eles estavam consumindo a quantidade de calorias que achavam ideal para um dia. Tivemos o relato de um deles que havia feito dieta e obtido bons resultados, assim como de outros residentes que começaram a dieta, mas não deram continuidade.

Após a discussão e apontamentos, apresentamos a Taxa Metabólica Basal (TMB), que é a quantidade de energia necessária para a manutenção das funções vitais do organismo, a forma de medir, a depender da idade, peso e sexo da pessoa. Com isso, os residentes puderam calcular sua TMB e comparar com seus modelos obtidos anteriormente.

Para calcular a TMB existem algumas fórmulas na literatura, todavia utilizamos a equação de Harris e Benedict (1919).

Para mulheres a equação é: *TMB (Kcal /dia) = 655 + (9,6 . P) + (1,7 . E) – (4,7 . I).*

Para homens a equação é: *TMB (Kcal /dia) = 66 + (13,7 . P) + (5 . E) – (6,8 . I)*, sendo P (Kg): peso atual quando Índice de Massa Corporal (IMC) ≤ 40 Kg/m² e peso ideal ou desejável quando IMC > 40 Kg/m². E (cm): estatura e I (anos): idade.

Finalizando a atividade, discutimos sobre os resultados obtidos, comparando a primeira tabela do consumo diário elaborada pelos residentes, o modelo criado referente as calorias ideais que deveriam ser consumidas e o valor da TMB de cada residente, que foram calculados via equação. A seguir, apresentamos a TMB do residente 1, o qual foi mostrado o consumo de calorias na Figura 1 e seu modelo na Figura 3. O residente 1 é uma mulher de 27 anos, que pesava 73 kg e tinha 173 cm de altura. Por meio da equação da TMB, a residente chegou ao seguinte resultado:

$$\boxed{655 + (9{,}6 \,.\, 73\ kg) + (1{,}7 \,.\, 173\ cm) - (4{,}7 \,.\, 27\ anos) = \mathbf{1523\ Kcal/dia}}$$

A TMB do residente 2, o qual mostramos o consumo de calorias na Figura 2 e seu modelo na Figura 4, é de uma mulher de 34 anos, que pesava 56 Kg e tinha 167 cm de altura. Portanto, a residente chegou à conclusão de que sua TMB é de:

$$\boxed{655 + (9{,}6 \,.\, 56\ kg) + (1{,}7 \,.\, 167\ cm) - (4{,}7 \,.\, 34\ anos) = \mathbf{1316{,}7\ Kcal/dia}}$$

Nesse contexto, é possível verificar que a TMB das residentes (1 e 2), estão abaixo da quantidade de calorias propostas por elas nos modelos (Figuras 3 e 4). Para o modelo, poderia ser considerado ainda, no cálculo, o Gasto Energético Total, que inclui o Fator Atividade Física (FA), o qual considera a rotina de atividades físicas de uma pessoa e a quantidade de energia gasta durante ela. Todavia, consideramos apenas a TMB para esta atividade de Modelagem Matemática.

Ainda sobre o cálculo da TMB e os modelos produzidos, alguns residentes ficaram surpresos com a quantidade de calorias de alguns alimentos que eles costumavam ingerir diariamente e se conscientizaram de que deveriam mudar alguns hábitos alimentares, introduzindo alimentos mais saudáveis, com mais nutrientes e menos calorias. A análise levou à conclusão de que grande parte dos integrantes do grupo precisariam readequar a sua alimentação e os seus hábitos. Assim, de modo geral, além da quantidade de calorias ideais a serem ingeridas, a experiência possibilitou a reflexão acerca de uma dieta completa e saudável, sem carência ou excesso de nutrientes e vitaminas.

CONVERSA COM QUEM GOSTA DE MODELAGEM MATEMÁTICA

E você, quais alimentos consumiu hoje? Quantas calorias? Já pensou fazer algo semelhante com os seus alunos?

Atividades de Modelagem Matemática no contexto da Educação Matemática trazem um viés de possibilidades a serem exploradas por meio de problemas do contexto real, por exemplo, nessa atividade, pode-se explorar ainda o desperdício de alimentos e a interação com profissionais da nutrição e da saúde. O que pode conduzir à novas experiências com Modelagem Matemática. Trazer o contexto do aluno para a sala de aula por meio de situações com referência na realidade, permite que ele problematize e investigue-as fazendo uso de ferramentas matemáticas.

A atividade de Modelagem Matemática apresentada neste capítulo pode ser desenvolvida tanto no Ensino Médio quanto no Ensino Fundamental anos iniciais e finais, como forma de reflexão e conscientização em relação a uma alimentação saudável e os benefícios provenientes dela. Como no caso da experiência descrita aqui neste capítulo, o FA e a TMB poderiam ser incluídos e ajustados ao modelo matemático, uma vez que, há uma relação entre eles, a quantidade de calorias a serem consumidas e, consequentemente, a dieta ideal.

Os argumentos matemáticos explorados nessa atividade, podem se referir ao estudo sobre grandezas proporcionais e relação de dependência (ideia essencial para compreender o conceito matemático de função), explorando também as operações com números inteiros e decimais. Entendemos que o modelo leva em consideração, por exemplo, a quantidade de calorias gastas, ou seja, a quantidade de alimentos a serem ingeridos, devem ser proporcionais a quantidade gasta, e mais, há uma dependência entre elas, assim como os aspectos considerados como altura, peso e sexo.

Na área da Matemática, a BNCC aborda esses conteúdos utilizados na atividade como habilidades a serem alcançadas pelos alunos do Ensino Fundamental nos anos iniciais e finais e também, salienta o trabalho com essas habilidades matemáticas em atividades cujo contexto permeia outras áreas, conforme observado em nossa prática de Modelagem Matemática. Pode-se explorar assuntos e conteúdos de Ciências e Biologia, uma vez que é possível discutir sobre obesidade, nutrientes, cardápio, distúrbios alimentares, calorias e saúde em geral. Tais habilidades estão presentes na BNCC na disciplina Ciências do 5° ano, por exemplo, bem como em Matemática ao longo do Ensino Fundamental:

> (EF09MA08) Resolver e elaborar problemas que envolvam relações de proporcionalidade direta e inversa entre duas ou mais grandezas, inclusive escalas, divisão em partes proporcionais e taxa de variação, em contextos socioculturais, ambientais e de outras áreas. (BRASIL, 2018, p. 307)
>
> (EF05CI08) Organizar um cardápio equilibrado com base nas características dos grupos alimentares (nutrientes e calorias) e nas necessidades individuais (ati-

> vidades realizadas, idade, sexo etc.) para a manutenção da saúde do organismo (BRASIL, 2018, p. 341).

A partir de apenas duas habilidades da BNCC citadas neste capítulo, é possível verificar que a atividade de Modelagem Matemática sobre as calorias consumidas pode ser desenvolvida em diferentes etapas de ensino, também pode ser trabalhada de maneira interdisciplinar, bem como contempla os Temas Contemporâneos Transversais.

Em nossa atividade foi utilizado a tabela do *Excel* para que os alunos organizassem os alimentos e suas respectivas calorias e a somatória das calorias eram feitas automaticamente pelo *software,* visto que o ensino foi dado de forma remota. Para o ensino presencial é possível que se utilize o *software* ou que os alunos façam suas tabelas e cálculos a mão, em seus cadernos, isso irá depender do objetivo de aprendizagem para a aula com essa atividade.

O Trabalho com o tema calorias consumidas/alimentação saudável em atividades de Modelagem Matemática, não se limita ao apresentado neste capítulo. Existem inúmeras possibilidades de abordaro tema e explorar outros conteúdos. Um exemplo é o trabalho de Tatsch e Bisognin (2004) que trabalharam o tema "Alimentação, obesidade e desnutrição" em uma turma de primeiro ano do Ensino Médio. A partir do tema foram propostos diferentes problemas do cotidiano dos alunos, que poderiam ser resolvidos por meio de ferramentas e conteúdos matemáticos como, função e uso de tabelas e gráficos.

Ainda para o Ensino Médio temos o trabalho de Messias e Kato (2009), com o problema obesidade na adolescência. Por meio das perguntas, "*quanto você precisa ingerir por dia de proteínas, lipídios e carboidratos? Qual poderia ser a quantidade de alimentos para satisfazer essas necessidades?*", os autores trabalharam com os alunos o conteúdo de matrizes, para respondê-las.

Outro exemplo de atividade de Modelagem Matemática é o de Almeida e Kato (2018), que foi desenvolvida com turmas dos anos finais do Ensino Fundamental (6° ao 8° ano), e teve como objetivo provocar reflexões sobre hábitos alimentares. Para os anos finais do Ensino Fundamental, o trabalho de Viana, Silva e Vertuan (2018), aborda uma atividade de Modelagem Matemática sobre a alimentação saudável, com alunos do 5° ano, investigando quantas calorias têm um prato ideal. Para essa atividade foram utilizadas as operações básicas da Matemática como adição e multiplicação, bem como fizeram uso de desenhos para representar o modelo matemático obtido.

Diante disso, esperamos que esse capítulo favoreça a compreensão de como uma atividade de Modelagem Matemática pode contribuir no trabalho com assuntos de cunho social como, a Educação Alimentar e Nutricional. Ficamos na expectativa que este capítulo, te encoraje a trabalhar com a Modelagem Matemática em sala de aula!

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, M. S. M; KATO, L. A. Reflexões Sobre os Hábitos Alimentares a Partir de uma Atividade de Modelagem Matemática. In: VIII Encontro Paranaense de Modelagem na Educação Matemática. **Anais...** 8., 2018. Disponível em: http://sbemparana.com.br/eventos/index.php/EPMEM/VIII_EPMEM/paper/viewFile/798/40. Acesso em: 11. Ago. 2022.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília. 2018.

BRASIL. **Temas contemporâneos transversais na BNCC:** contexto histórico e pressupostos pedagógicos. Ministério da Educação. 2019a. Disponível em:http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/implementacao/contextualizacao_temas_contemporaneos.pdf. Acesso em: 29. Jul. 2022

BRASIL. **Temas contemporâneos transversais na BNCC:** propostas de prática de implementação. Ministério da Educação. 2019b. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/implementacao/guia_pratico_temas_contemporaneos.pdf. Acesso em: 29. Jul. 2022

G1. Globo. **'Prato feito' brasileiro tem tamanho exagerado e excesso de calorias.** 2019. Disponível em: https://g1.globo.com/bemestar/noticia/2019/01/11/prato-feito-brasileiro-tem-tamanho-exagerado-e-excesso-de-calorias.ghtml. Acesso em: 11. Ago. 2022

HARRIS J. A, BENEDICT F. G. **A biometric study of basal metabolism in man**. Boston: Carnegie Institution of Washington, 1919.

MESSIAS, S. F; KATO, L. A. **Uma Atividade de Modelagem Matemática na Sala de Aula: O Problema da Obesidade na Adolescência.** Secretaria de Estado de Educação do Paraná. 2009. Disponível em: http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/2213-8.pdf. Acesso em: 11. Ago. 2022.

TATSCH, K. J. S; BISOGNIN, V. Modelagem matemática no Ensino Médio: alimentação, obesidade e desnutrição. **Vidya**, v. 24, n. 42, p. 18, 2004. Disponível em: https://periodicos.ufn.edu.br/index.php/VIDYA/article/view/412. Acesso em: 11. Ago. 2022.

UNIMED. Confederação Nacional das Cooperativas Médicas. **Conheça os 10 exercícios que mais queimam calorias.** 2021. Disponível em: https://www.unimedfortaleza.com.br/blog/movimente-se/exercicios-que-mais-queimam-calorias. Acesso em; 11. Ago. 2022.

VIANA, E. R; ALMEIDA, K. A. P; VERTUAN, E. R. Alimentação Saudável: Uma Experiência com Modelagem Matemática nos Anos Iniciais. In: VIII Encontro Paranaenses de Modelagem na Educação Matemática. **Anais...** 8., 2018. Disponível em: http://www.sbemparana.com.br/eventos/index.php/EPMEM/VIII_EPMEM/paper/viewFile/761/386. Acesso em: 11. Ago. 2022.

YOUDIM, A. **Considerações gerais sobre a nutrição.** Manual MSD versão saúde para a família. David Geffen School of Medicine at UCLA. 2019. Disponível em: https://www.msdmanuals.com/pt-br/casa/dist%C3%BArbios-nutricionais/considera%C3%A7%C3%B5es-gerais-sobre-a-nutri%C3%A7%C3%A3o/considera%C3%A7%C3%B5es-gerais-sobre-a-nutri%C3%A7%C3%A3o. Acesso em: 30. Jul. 2022.

11

LUGAR DE MULHER É ONDE ELA QUISER

Gabrielly Giovana Pereira Senes[1]
Bárbara Cândido Braz[2]
Michele Carvalho de Barros[3]
https://doi.org/10.54176/NSPH7536

A LUTA POR EQUIDADE

Pilotando o fogão, o carro, o avião, a empresa, a escola, a família... Lugar de mulher é onde ela quiser. Embora esta frase já nos seja mais familiar e que tenhamos avançado no que diz respeito à ocupação de cargos e posições sociais pela mulher, a luta pela equidade de gênero ainda se faz necessária para que tenhamos oportunidades para ocupar os espaços que almejamos. Ao mesmo tempo, sermos reconhecidas socialmente e financeiramente por isso.

Neste contexto, os obstáculos para as mulheres são diversos, desde a dificuldade em conciliar as tarefas familiares – historicamente compreendidas como responsabilidade da mulher – e profissionais até o preconceito de gênero. Considerando este cenário, temáticas associadas à mulher são sempre foco de debates nas disciplinas de Práticas Pedagógicas de Matemática (PPM), no curso de

1. Estudante do Programa de Pós-graduação em Educação para a Ciência e a Matemática – UEM.
2. Professora do Colegiado de Licenciatura em Ciências Exatas da UFPR/Jandaia do Sul.
3. Professora do Departamento de Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná – campus Campo Mourão.

Licenciatura em Ciências Exatas da UFPR – campus avançado de Jandaia do Sul, no qual a segunda autora deste texto é professora.

A professora costuma propor aos estudantes o planejamento de tarefas matemáticas, pautadas em tendências em Educação Matemática, como jogos didáticos, Resolução de Problemas, Modelagem Matemática – doravante MM – dentre outras, com a temática mulheres na sociedade. Em geral, esta proposta se dá no início do ano letivo, no mês de março, como uma forma de promover por intermédio da Matemática, discussões sociais. Neste sentido, o planejamento das tarefas e posterior desenvolvimento das atividades se tornam um convite para que, além de flores, o dia 08 de março se torne um momento de reflexões e de formação.

Me traga flores, mas lute comigo

Considerando o contexto descrito, no ano letivo de 2020 na disciplina de Prática Pedagógica de Matemática III do referido curso, a professora regente propôs que os estudantes elaborassem tarefas matemáticas a partir da temática mulheres. Cada estudante poderia escolher tanto uma alternativa metodológica para fundamentar a tarefa construída, quanto desenvolver um processo de problematização da temática, de modo a delimitá-lo. Dentre os estudantes matriculados na disciplina, a primeira autora deste texto, na época estudante do curso, propôs o desenvolvimento de uma tarefa de Modelagem Matemática pautada no tema: inserção das mulheres no mercado de trabalho.

O processo para elaboração desta tarefa não foi simples. A primeira etapa para que ela fosse estruturada se deu no sentido de investigar sobre a temática delimitada. Para tanto, professora e estudante se inteiraram sobre o tema da inserção das mulheres no mercado de trabalho, considerando suas dimensões sociais, econômicas e históricas.

O processo de problematização da situação foi, portanto, realizado pela estudante orientada pela professora e se pautou nos dados matemáticos e não matemáticos à disposição naquela ocasião.

Os dados não matemáticos suscitaram muitos questionamentos, tais como sobre os cargos mais exercidos pelas mulheres inseridas no mercado de trabalho; a remuneração das mulheres em cargos análogos aos de homens; grau de escolaridade das mulheres em idade de trabalho; as diferenças entre a inserção de mulheres pretas e brancas no mercado de trabalho, entre outras questões.

Diante de tantas possibilidades, considerando a proposta didática da disciplina de PPM, a estudante optou por olhar de modo mais cuidadoso para os dados matemáticos que diziam sobre cada uma das situações indicadas. Os dados matemáticos associados a cada situação nem sempre foram encontrados com facilidade ou a ponto de permitirem uma análise da situação. Sendo assim, dentre os caminhos possíveis, optou-se por estudar sobre a inserção das mulheres no mercado de trabalho ao longo das décadas. Isto porque na busca por informações sobre este subtema, dados matemáticos foram encontrados. Isto evidencia, também, a forma como o planejamento docente a respeito de tarefas de Modelagem pode ocorrer: analisando a disponibilidade de dados matemáticos e não matemáticos sobre determinada situação.

Os dados encontrados pela estudante mostram a quantidade de mulheres no mercado de trabalho entre as décadas de 1970 e 2000. Além disso, os textos de referência indicavam algumas justificativas sobre estes números. Tais justificativas são consonantes a fatores históricos e sociais.

A partir dos dados matemáticos delimitados, apresentados na seção seguinte, a estudante planejou uma atividade MM norteada pelo seguinte problema: Como podemos estimar a quantidade de mulheres inseridas no mercado de trabalho atualmente?

DENUNCIANDO E ANUNCIANDO: A LUTA CONTINUA

A atividade com a temática inserção das mulheres no mercado de trabalho foi desenvolvida em dois momentos: de modo presencial, com estudantes da disciplina de PPM, no início do ano letivo de 2020, e de modo remoto, com membros de um projeto de extensão, do qual a primeira autora era integrante e a segunda autora era coordenadora, em meados de 2020.

No primeiro momento, quatro estudantes da disciplina de PPM participaram do desenvolvimento da atividade, e no segundo momento, participaram da atividade os seguintes membros do projeto extensionista Ágora[4] da Universidade Federal do Paraná, campus de Jandaia do Sul: três professoras formadoras; sete estudantes de graduação da UFPR; um professor formador vinculado à outra instituição de ensino superior; quatro professoras de matemática da Educação Básica, que cursavam mestrado naquela época.

As discussões, nos dois momentos, se iniciaram por meio de reflexões a respeito dos cargos trabalhistas ocupados pelas mulheres das famílias dos estudantes/participantes das atividades. Em ambos os contextos os participantes afirmaram que a maioria das mulheres mais velhas das suas famílias cuidavam das suas casas e famílias e que demoraram a exercer um trabalho remunerado. Essa discussão foi bem propícia para desenvolver reflexões sobre a invisibilidade do trabalho doméstico. Foram discutidos, também, aspectos sobre a diferença salarial entre homens e mulheres e a desvalorização das mulheres em seus empregos, com base em dados matemáticos.

Neste contexto, foi apresentado aos participantes a Tabela 1 que indica a porcentagem de homens e mulheres inseridos no mercado de trabalho brasileiro entre as décadas de 1970 e 2000.

Tabela 1 - Participação de homens e mulheres no mercado brasileiro

ano	**% de homens**	**% de mulheres**
1970	71,8%	18,5%
1980	72,4%	26,6%
1990	72,3%	34,6%
2000	69,6%	44,1%

Fonte: Adaptado de GUEDES; ALVES, 2016, p. 3.

4. Quer conhecer mais sobre o projeto? Escreva para: agoraufprjandaiadosul@gmail.com. Acesse: https://jandaiadosul.ufpr.br/agoraufpr ou https://www.youtube.com/c/ÁGORAUFPRJandaiadoSul

Em seguida mais discussões foram realizadas, pois notou-se que o número de mulheres no mercado de trabalho ainda é muito discrepante quando comparado com o dos homens. Logo, os participantes se dedicaram a responder a problemática posta anteriormente, de modo a investigar respostas para suas questões, que acompanharam o problema de MM, proposto a eles. Considerando os caminhos percorridos pelos alunos e participantes do projeto, a partir desse momento apresentaremos os encaminhamentos dos participantes em dois momentos: quando a atividade foi desenvolvida de forma presencial, no início do ano de 2020, com os estudantes da disciplina de PPM, e quando foi desenvolvida de forma remota, em meados do ano de 2020, com os membros do projeto Ágora.

Modelos matemáticos construídos no período presencial

A partir da problemática, os estudantes levantaram hipóteses com o intuito de buscar respostas para o questionamento. Não demorou muito para que um dos estudantes tivesse a ideia de utilizar a planilha de cálculos do software GeoGebra. O estudante considerou que os dados poderiam ser modelados por uma função e que o software poderia auxiliá-lo a determinar o melhor modelo de regressão para aquele conjunto de dados.

O aluno considerou somente os dados disponibilizados sobre as mulheres já que a pergunta estava voltada a elas e não buscou outros dados para além daqueles fornecidos na Tabela 1. Neste contexto, o estudante descreveu o modelo apresentado na Figura 1:

Figura 1 - Construção do gráfico no software Geogebra

Fonte: Elaborado por estudante participante da investigação.

Como evidencia a Figura 1, o estudante descreveu os dados por meio de uma função afim. Para tanto, a partir da disposição dos pares ordenados no plano cartesiano selecionou no software o modelo de regressão linear, obtendo a expressão da função que é calculada pela própria plataforma e conseguiu, por meio dessa expressão, calcular a porcentagem estimada de mulheres no mercado de trabalho no ano de 2020, colocando no valor de x o ano, para obter o valor de y (porcentagem de mulheres inseridas no mercado de trabalho), conforme mostra a Figura 2:

Figura 2 - Modelo matemático descrito por meio do GeoGebra.

Fonte: Elaborado por estudante participante da investigação.

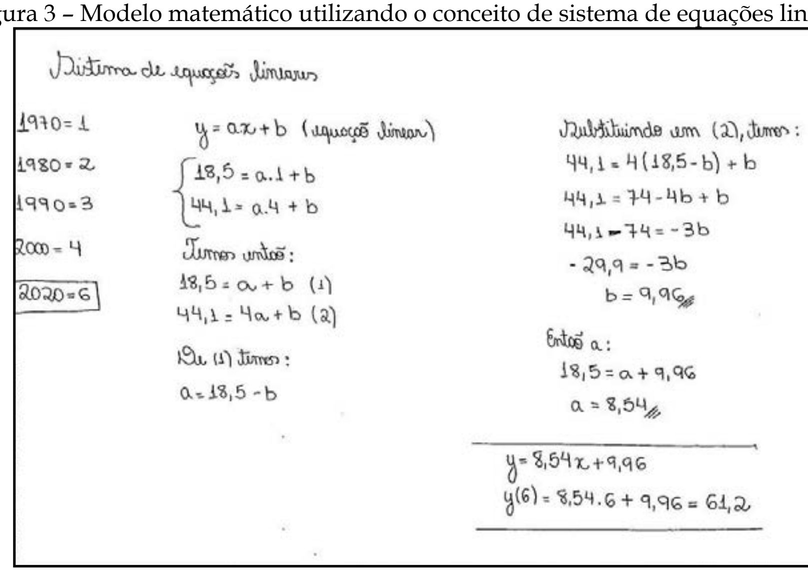
Portanto, dispondo do auxílio do software GeoGebra, o estudante concluiu que cerca de 60,63% das mulheres brasileiras, em idade de trabalho, estariam inseridas no mercado de trabalho no início do ano de 2020.

A partir da exploração feita pelo estudante, que conduziu uma investigação com os outros dois alunos, questionamos a turma sobre como poderíamos descrever essa função sem o auxílio do software. Mais especificamente, perguntamos: como poderíamos usar esta situação para ensinar os estudantes do Ensino Fundamental a descrever uma função afim a partir do conjunto de dados que temos disponível?

Com o auxílio da estudante que propôs a atividade os participantes escolheram dois pontos na Tabela 1, no qual a primeira coordenada era o ano e a segunda coordenada a porcentagem de mulheres inseridas no mercado de trabalho naquele respectivo ano; por exemplo o ponto P(1970; 18,5). Para facilitar os cálculos, a professora os orientou a relacionar os anos com a sequência dos números naturais: 1970 = 1; 1980 = 2; 1990 = 3; 2000 = 4. Seguindo essa mesma ordem, os estudantes notaram que os anos variam de 10 em 10, sendo assim, para obter os dados de 2020 o numeral seria 6.

Para determinar a função, eles escolheram dois pontos dentre os disponíveis na Tabela 1; escreveram um sistema de equações lineares e, a partir disso, determinaram os coeficientes linear e angular da função, como mostra a Figura 3. Fazendo as manipulações algébricas necessárias, os estudantes obtiveram a função afim que representa o conjunto de pontos dados. Substituindo na função o valor de 6 que é o numeral relacionado ao ano de 2020, chegaram ao seguinte resultado:

Figura 3 – Modelo matemático utilizando o conceito de sistema de equações lineares



Fonte: Dados da pesquisa.

Deste modo, a turma estimou que, nesse modelo, a quantidade de mulheres inseridas no mercado de trabalho no ano de 2020, seria de 61,2%. Com este resultado os estudantes discutiram sobre os dois modelos determinados, com e sem o uso do software. De acordo com a turma, o resultado determinado por meio de um sistema de equações lineares é um bom modelo, pois se aproxima do resultado obtido anteriormente e que aquele resultado é condizente com o comportamento dos dados que tínhamos à disposição.

Apesar dos resultados serem bem próximos, podemos aproveitar a discussão sobre os diferentes modelos e explorar com alunos de cursos de graduação, o método dos mínimos quadrados[5], conceito matemático utilizado pelo software GeoGebra para determinar a equação da reta de regressão linear.

Neste método consideramos que a "melhor" reta, que se ajusta aos dados, é aquela na qual a soma dos quadrados dos erros de aproximação em cada ponto é mínima. Assim, para obtermos a reta *y=ax+b,* utilizando este conceito, precisamos resolver o sistema:

$$\boxed{\begin{cases} \sum_{i=1}^{m} x_i^2 a + \sum_{i=1}^{m} x_1 b = \sum_{i=1}^{m} x_i y_i \\ \sum_{i=1}^{m} x_i a + mb = \sum_{i=1}^{m} y_i \end{cases}}$$

no qual *m* é o número de pontos.

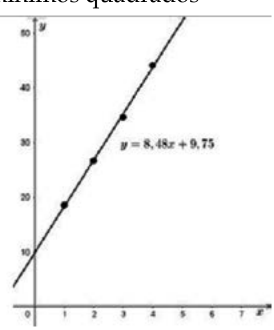
A Figura 4 ilustra a solução do sistema de equação anterior, a reta que modela a situação estudada e seu gráfico.

Figura 4 – Resolução pelo método dos mínimos quadrados

	x_i	x_i^2	y_i	$x_i y_i$
	1	1	18,5	18,5
	2	4	26,6	53,2
	3	9	34,6	103,8
	4	16	44,1	176,4
$\sum$	10	30	123,8	351,9

$$\begin{cases} 30a + 10b = 351,9 \\ 10a + 4b = 123,8 \end{cases} \Rightarrow a = 8,48 \quad b = 9,75$$

Logo, $y = 8,48x + 9,75$.



Fonte: elaborado pelas autoras.

Utilizando a equação *y=8,48x+9,75* para estimar a quantidade de mulheres no mercado de trabalho no ano de 2020, temos *y=8,48(6)+9,75=60,63*, o mesmo valor obtido pelo estudante que usou o software GeoGebra.

5. A dedução do método dos mínimos quadrados pode ser vista em Arenales e Darezzo (2008, p 157).

Modelos matemáticos construídos no período remoto

O segundo momento de desenvolvimento desta atividade, se deu no âmbito do projeto extensionista Ágora. Naquele momento, em meados do ano de 2020, na UFPR todas as atividades estavam sendo desenvolvidas de modo remoto por conta das medidas de proteção contra contaminação devido à pandemia pelo novo coronavírus. Decidimos, então, propor esta atividade aos membros do projeto de modo remoto - por meio de encontro síncronos e assíncronos - com o objetivo de analisar se era possível desenvolver atividades de cunho investigativo, como as de MM, de modo remoto.

Sendo assim, a partir do problema proposto, os membros do projeto foram divididos em dois grupos: G1 e G2. Esses grupos também foram formados na ferramenta do WhatsApp com o intuito de discutir a respeito de suas ideias para solucionar a problemática de modo mais dinâmico do que por outros canais de comunicação.

Primeiramente os grupos buscaram dados para além daqueles já disponibilizados na Tabela 1, a fim de tentar encontrar informações sobre a quantidade de mulheres inseridas no mercado de trabalho após o ano de 2000. Alguns dados bem importantes foram compartilhados pelos participantes, o qual acarretou em uma grande discussão, pois após a suspensão de atividades presenciais e as restrições sobre este tipo de trabalho no ano de 2020, devido à pandemia pela COVID-19, a quantidade de mulheres no mercado de trabalho estava em queda, como evidencia a Tabela 2.

Tabela 2 - Participação de homens e mulheres no mercado brasileiro.

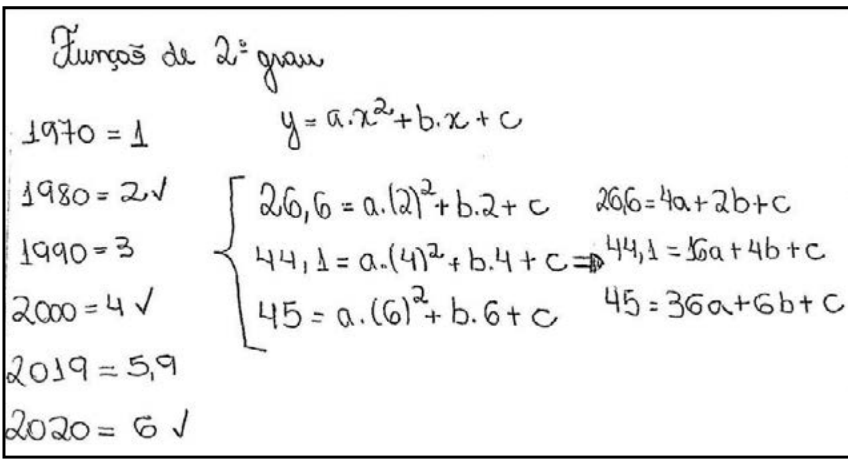
ano	**% de homens**	**% de mulheres**
2019	71,8	53,3
2020	65,7	45

Fonte: FONSECA; SUTTO, 2021.

Com o intuito de buscar responder a questão, um dos grupos levantou a hipótese de que os dados de 1970 a 2020 poderiam ser descritos por uma função polinomial de 2º grau. O outro grupo, por sua vez, utilizou a estratégia de tentar responder a pergunta por meio da função linear, utilizando somente os dados disponibilizados pela primeira autora.

O grupo que decidiu analisar os dados utilizando uma função polinomial de 2º grau, escolheu três pontos dentre os disponíveis, para escrever um sistema de equações três por três, no qual as variáveis eram os coeficientes da função, como ilustra a Figura 5.

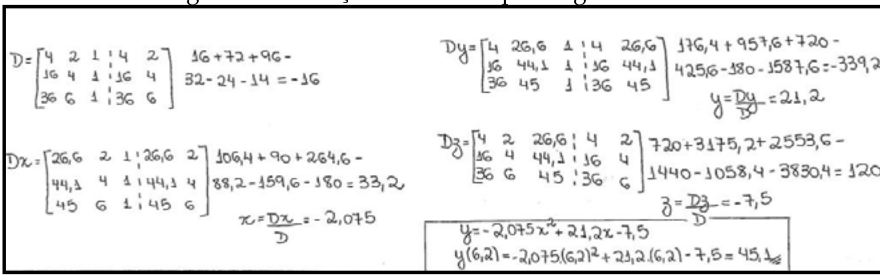
Figura 5 - Construção do sistema linear de uma função de 2º grau



Fonte: Dados da pesquisa.

Para resolver este sistema, os alunos utilizaram a regra de Cramer, pois este método de resolução abarca conteúdos que devem ser trabalhados no Ensino Médio. Portanto, é importante ressaltar que o grupo calculou uma função que descrevesse os dados que eles tinham disponíveis, mas não fizeram previsões para um ano específico. A título de expressar esses dados em uma porcentagem de mulheres inseridas no mercado de trabalho atualmente, as autoras decidiram estimar essa quantidade no ano de 2022. Sendo assim, segundo a função descrita pelo grupo, a estimativa de mulheres inseridas no mercado de trabalho em 2022 seria de aproximadamente 45,1%.

Figura 6- Resolução do sistema pela regra de Cramer

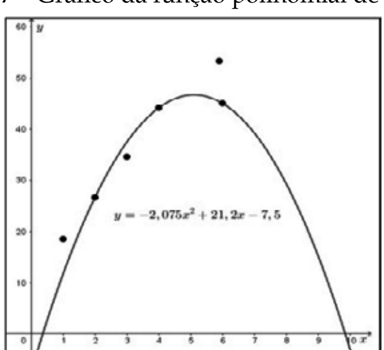


Fonte: Dados da pesquisa.

Ressaltamos que, como a atividade foi desenvolvida de modo remoto, o tempo didático não foi o mesmo daquele de quando se desenvolve uma atividade de MM de forma presencial. Sendo assim, é importante ressaltar que essa atividade demandou, também, um tempo de resolução de maneira assíncrona, ou seja, o encontro síncrono (ao vivo) não foi suficiente para o término da atividade, discussões e compartilhamento de informações foram desenvolvidas por meio dos grupos de *WhatsApp.*

Outra observação que precisamos fazer em relação ao modelo obtido por este grupo é que, quando analisamos o gráfico da função $y=-2,075x^2+21,2x-7,5$ (Figura 7), é possível notar que a parábola começa a decrescer a partir do ponto (5,12; 46,65), seu vértice, ou seja em meados de 2010, o que não condiz com os dados disponíveis pois eles indicam um crescimento do número de mulheres no mercado de trabalho até o ano de 2019.

Figura 7 – Gráfico da função polinomial de 2º grau

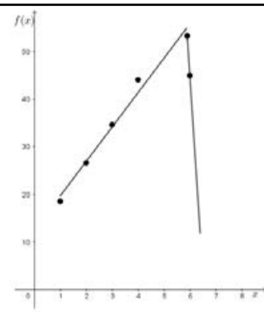


Fonte: elaborado pelas autoras.

Assim, sugerimos uma outra forma de analisar a situação, utilizando uma função definida por partes, conforme ilustra a Figura 8. Para determinar a lei de formação desta função no intervalo (1; 5,9) utilizamos o método dos mínimos quadrados e para os valores maiores que 5,9 fizemos a equação da reta que passa por dois pontos.

Figura 8 – Função definida por partes

$$f(x) = \begin{cases} 7,24x + 12,39, & 1 < x < 5,9 \\ -83x + 543, & x \geq 5,9 \end{cases}$$



Fonte: elaborado pelas autoras.

Podemos observar pelo gráfico da função *f* (Figura 8) que a porcentagem de mulheres no mercado de trabalho teve uma queda acentuada do ano de 2019 para o ano de 2020, se esta tendência se manteve pelos anos seguintes em 2022 este percentual seria de 28,4% (*f(6,2)=28,4*), segundo o modelo obtido.

Contudo, ressaltamos que esta queda brusca ocorre em um ano no qual a população mundial se deparou com uma pandemia, que levou muitas mulheres a deixar seus trabalhos para cuidar dos filhos que estavam sem aulas ou perderam seus empregos devido a diminuição do crescimento econômico e o fechamento de empresas. Isto evidencia, novamente, a ausência de equidade de gênero nos diferentes contextos sociais.

Embora esse contexto tenha sido bastante abordado pela mídia, a Modelagem Matemática, para além da abordagem de conceitos matemáticos, possibilitou pautar essa discussão em dados expressos em porcentagem, indicando numericamente essa desigualdade.

Isso também indica que, a partir do ano de 2020, o modelo pode sofrer várias modificações, visto que ainda estamos vivendo neste cenário pandêmico. Por este motivo continuamos o gráfico da função f (Figura 8) somente para alguns valores maiores que 5,9, pois por esta função tem seu zero em 6,54, ou seja, em meados de 2024 não teríamos mulheres no mercado de trabalho, o que julgamos algo impossível de acontecer.

Uma observação feita por uma professora do projeto extensionista Ágora é que comumente em dados desta natureza os eixos cartesianos são os anos e a população em milhões. Assim, para que o modelo expressasse os dados com maior precisão precisaríamos calcular a quantidade de mulheres no mercado de trabalho em cada ano tabelado a partir das porcentagens, o que exige outras informações além das obtidas pelos estudantes.

Outra questão que precisamos salientar é que os dados variam de 10 em 10 anos, contudo, não temos informações sobre o ano de 2010 ao mesmo tempo em que temos uma variação de um ano entre 2019 e 2020. Portanto, para uma melhor análise da situação é preciso preencher estas lacunas com mais informações sobre como os dados vêm se modificando neste cenário pandêmico.

Diante disso, propomos um novo estudo sobre este tema com dados mais recentes e deixamos uma pergunta que muito nos inquieta: quanto tempo demoraremos para retomar o crescimento do número de mulheres no mercado de trabalho no cenário pós pandêmico?

CONVERSA COM QUEM GOSTA DE MODELAGEM MATEMÁTICA

A luta por equidade não é recente e muito nos fez avançar quanto a inserção das mulheres no mercado de trabalho e em outros ambientes sociais: na política, nas ciências de modo geral, nas ciências exatas, nos esportes, nas competições esportivas, etc. Ao mesmo tempo, muito ainda precisamos avançar. É preciso que as lutas caminhem no sentido de conscientizar e de promover políticas públicas que façam valer nossos direitos.

A discussão apresentada neste capítulo pode subsidiar reflexões sobre os motivos pelos quais as mulheres ocupam menos espaço no mercado de trabalho, ainda que tenham maior grau de escolaridade e aperfeiçoamento, como mostram os dados do relatório sobre Estatísticas de Gênero, publicado pelo IBGE – Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística – em 2018. Para tanto, é preciso que *descontruamos Amélia*, que compreendamos que emancipação e ascensão econômica não são a mesma coisa, como nos explica Djamila Ribeiro (2018). É preciso que compreendamos que existe um mito sobre a mulher moderna, quando se diz que esta é a mulher que trabalha fora, cuida da rotina de casa, filhos – quando os tem e se deseja tê-los– e está sempre arrumada. É necessário, como diz a mesma autora, que os mecanismos de opressão sejam rompidos.

Nesta perspectiva, este capítulo apresenta uma possibilidade para que alguns destes aspectos possam ser discutidos por meio de argumentos também matemáticos. A partir dos dados aqui apresentados, podemos trazer ao debate questões necessárias para que paradigmas, como os citados no parágrafo anterior, sejam rompidos. Esta é uma das sugestões de situações que podem ser trazidas tanto para as aulas de Matemática, quanto para outros ambientes nos quais possamos argumentar por meio desse ferramental.

Não é possível esgotar a pauta de discussões vinculadas às questões de gênero neste espaço, mas que tal investigarmos outras questões sobre esta temática, por meio da Matemática, de modo a tomar consciência do lugar que ocupamos? Como bem nos disse Paulo Freire "Pensar a sua situacionalidade é fundamental para a sua compreensão como um ser de práxis". Vão então, algumas sugestões de situações.

A inserção das mulheres na política

Embora o Brasil possua legislação que prevê cotas eleitorais para candidaturas de mulheres desde o ano de 1995, foi somente a partir da Lei n. 12.034 de 29 de setembro de 2009 que as cotas tornaram-se obrigatórias de modo que haja no mínimo 30% e no máximo 70% de candidaturas de cada sexo, por partido ou coligação partidária. De acordo com o relatório de Estatística de gênero do IBGE (2018), ainda assim, em dezembro de 2017 apenas 11,3% das cadeiras no Congresso Nacional eram ocupadas por mulheres; 16% do Senado e 10,5% dos deputados federais eram mulheres. Sendo assim, de acordo com o mesmo relatório, no cenário internacional o Brasil ocupava a posição 152º dentre 190 países no que diz respeito a ocupação de cargos políticos por mulheres. O pior resultado sul americano.

Já pensou em analisar estes dados desde o momento em que pudemos ocupar cargos políticos até o presente? Essa conversa é daquelas boas para desmistificar o papel da bela, recatada e do lar.

E que tal, nas aulas de Matemática, discutirmos sobre...

A inserção das mulheres nas ciências exatas

A cultura do cuidado e as ações sociais intrínsecas a ela historicamente associadas às mulheres desde os primeiros anos de vida, tem sido indicado como um dos fatores que influenciam a escolha profissional de homens e mulheres. Nesta perspectiva, profissões que de algum modo se associam aos cuidados, como aquelas da área de saúde e educação, têm mais representação feminina do que aquelas ligadas às ciências exatas e engenharias (CHASSOT, 2004).

Isso se deve, dentre outros fatores, ao silenciamento e invisibilidade feminina na ciência. Um exemplo que ilustra esse cenário é o fato de Marie-Anne-Pierrette Paulze Lavoisier ser conhecida como esposa de Lavoisier, ainda que tenha sido ela a pessoa a criar o termo oxigênio, ter traduzido diversas obras para o francês e ter ilustrado alguns dos experimentos mais importantes feitos pelo marido.

Neste contexto, que tal investigar sobre as mulheres na matemática em relação aos cursos de graduação e pós-graduação? E o desempenho de meninas nas ciências exatas no decorrer dos anos escolares? Estas situações permitirão boas conversas, reflexões e, quem sabe, um maior interesse das meninas por estas temáticas.

E por fim... *Pilotar o fogão? Por que não?* Inspiradas em grandes chefes de cozinha, a aula de Matemática pode se tornar tão saborosa quanto uma empanada feita por Paola Carossela; um bolo de banana com abacaxi preparado com uma receita da Bela Gil; tão gostosa quanto o risoto de beterraba de Helena Rizo ou o falafel com picles de rabanete receita de Rita Lobo. Para isso, basta investigar as proporções exatas, o tempo de cozimento e de preparação de cada prato. As chefes podem auxiliar por meio das receitas e você, por meio das investigações matemáticas.

REFERÊNCIAS

ARENALES, S. DAREZZO, A. **Cálculo numérico:** aprendizagem com o apoio de software. São Paulo: Thomson Learning, 2008.

CHASSOT, A.. A ciência é masculina? É, sim senhora!. Contexto & Educação,

Ijuí, v. 72, n. 21, p. 9-28, jan./dez. 2004. Disponível em: https://doi.org/10.21527/2179-1309.2004.71-72.9-28.

FONSECA, M.; SUTTO, G. Participação das mulheres no mercado de trabalho é a menor em 30 anos – e a pandemia é parte do problema. ln: Infostocks Informações e Sistemas Ltda.. **InfoMoney**. [S.l.]. 4 fev. 2021. Disponível em: https://www.infomoney.com.br/carreira/participacao-das-mulheres-no-mercado-de-trabalho-e-a-menor-em-30-anos-e-a-pandemia-e-parte-do-problema/. Acesso em: 1 ago. 2022.

GUEDES, M. de C; ALVES, J. E. D.. A população feminina no mercado de trabalho entre 1970-2000: particularidades do grupo com nível universitário. **Anais**, p. 1-19, 2016.

INTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA. Estatísticas de Gênero Indicadores sociais das mulheres no Brasil. **Estudos e Pesquisas** - Informação Demográfica e Socioeconômica, n.38, 2021.

RIBEIRO, Djamila. **Quem tem medo do feminismo negro?.** São Paulo: Companhia das Letras, 2018. 148 p.

12

SERÁ QUE ESTOU DESPERDIÇANDO ÁGUA? A MODELAGEM MATEMÁTICA RESPONDE!

Aline Loise Martins[1]
Emilly Gonzales Jolandek[2]
Lilian Akemi Kato[3]
https://doi.org/10.54176/PIBI5571

ÁGUA EM FOCO: CONTEXTUALIZANDO O CONSUMO DE ÁGUA *PER CAPITA*

Trabalhar a temática água tem espaço garantido em ambientes educacionais em função do histórico que a envolve, por exemplo, a promulgação da Lei 9.795 de 1999, a qual instituiu a Política Nacional de Educação Ambiental (EA). Deste modo, a EA torna-se uma obrigação legal, estando sob a responsabilidade dos setores da sociedade bem como da educação formal e não-formal (BRASIL, 1999). Somando-se a isto, dentre os Temas Contemporâneos Transversais (TCTs) da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), encontra-se o tema Meio Ambiente com as macroáreas Educação Ambiental e Consumo Consciente. Tais TCTs almejam contextualizar o que é ensinado com assuntos de interesse aos estudantes, englobando a relevância para o desenvolvimento dos educandos en-

1. Universidade Estadual de Maringá (UEM) – Doutoranda PCM
2. Universidade Estadual de Maringá (UEM) – Doutoranda PCM
3. Universidade Estadual de Maringá (UEM) – Departamento de Matemática

quanto cidadãos (BRASIL, 2018). Especificamente, essas temáticas são contempladas em habilidades dos componentes curriculares.

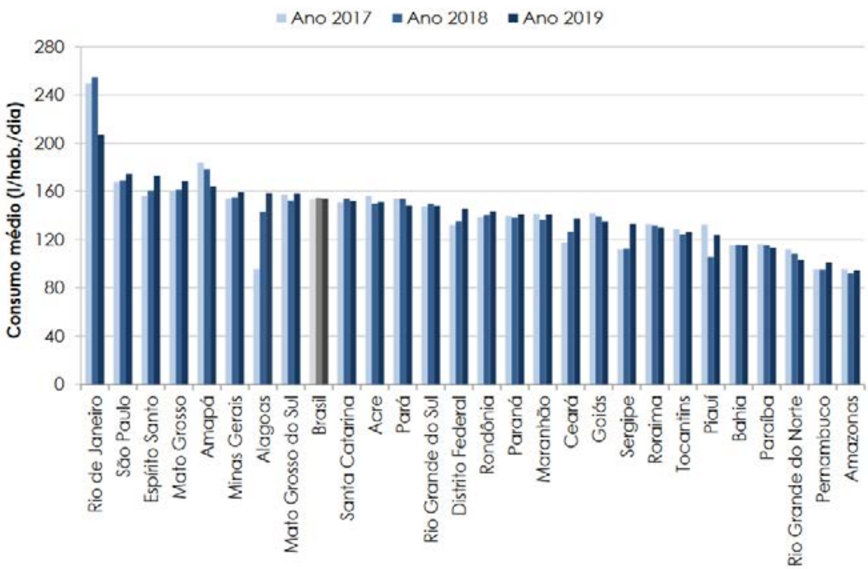
Dentre as habilidades propostas pela BNCC (2018) para serem desenvolvidas, podemos citar a necessidade de propor iniciativas, tanto individuais quanto coletivas, para minimizar problemas ambientais locais, com base na análise de ações de consumo consciente e de sustentabilidade bem-sucedidas - (EF09CI13), quando o assunto é Ciências do 9° ano. Podemos citar também uma habilidade do 6° ano em Matemática, a qual consiste em

> "(EF06MA32) interpretar e resolver situações que envolvam dados de pesquisas sobre contextos ambientais, sustentabilidade, trânsito, consumo responsável, entre outros, apresentadas pela mídia em tabelas e em diferentes tipos de gráficos e redigir textos escritos com o objetivo de sintetizar conclusões" (BRASIL, 2018, p. 305).

Falando sobre a necessidade de consumo consciente, sobretudo, do recurso natural - água, dados apontam que a seca que atingiu o país em 2021 pode ser considerada a pior dos últimos 91 anos. No Paraná, isso não foi diferente. De acordo com o Sistema de Tecnologia e Monitoramento Ambiental do Paraná (SIMEPAR), o mês de abril de 2021 foi o mais seco dos últimos 23 anos em várias cidades (FOLHA DE LONDRINA, 2021). Neste sentido, a palavra de ordem foi economia. De acordo com o Sistema Nacional de Informações sobre Saneamento (SNIS), o consumo de água *per capita* no Brasil, no ano de 2020, compreende 152,13 l/hab./dia. O indicador para o Estado do Paraná, no mesmo ano, aponta para um consumo de 138,82 l/hab./dia (MDR, 2020).

Historicamente, analisando o consumo médio de água nos estados brasileiros, entre 2017 a 2019, de acordo com a Figura 01, o Rio de Janeiro foi o estado que apresentou nos três anos, consumo *per capita* maior que a média do país.

Figura 01: Consumo médio *per capita* de água dos estados brasileiros.



Fonte: MDR (2019, p. 78)

Com o exposto, emerge a necessidade de atentar-se para o consumo responsável da água, sendo os ambientes educacionais, cenários oportunos para tanto. Portanto, visto a importância e relevância deste tema para discussões, este capítulo aborda o desenvolvimento de uma atividade de Modelagem Matemática, doravante MM, sob dois contextos educacionais.

O CONSUMO DE ÁGUA EM CONTEXTOS EDUCACIONAIS: SUJEITOS EM FOCO

Cenário 01: Licenciandos do PIBID Matemática

Primeiramente, descrevemos o cenário e os participantes presentes no contexto de um programa de formação docente. A proposta da atividade de MM surge durante a realização de um curso de formação realizado com alunos do curso de Licenciatura em Matemática que participavam do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (PIBID). O curso de formação com os alunos do PIBID foi realizado de forma remota e contou com diferentes momentos vivenciados por 29 licenciandos que atuaram ora como alunos, ora como professores em atividades de MM.

Ao atuarem como professores, os licenciandos do PIBID tiveram que planejar e desenvolver uma atividade de MM. A atividade feita por eles foi desenvolvida em dois momentos, primeiro em forma de aula simulada, remotamente, para os professores ministrantes do curso de formação e para os demais licenciandos do PIBID. Em um segundo momento a atividade foi desenvolvida presencialmente na Educação Básica, acompanhada de um professor supervisor do PIBID. A atividade aqui relatada, corresponde a uma das atividades desenvolvidas por um dos grupos do PIBID, que teve o tema: consumo de água.

Cenário 02: alunos do 6° ano

No contexto formal em sala de aula da Educação Básica, os licenciandos do PIBID, depois de realizar a aula simulada no curso de formação, desenvolveram a atividade para 21 alunos do sexto (6°) ano de uma escola pública do estado do Paraná no formato presencial.

Cenário 03: Programa de Introdução a Informática

O terceiro cenário em que a referida atividade com a temática do consumo de água foi desenvolvido consiste em um momento das aulas sobre o software Excel, ministradas em turmas presenciais de um Programa de Introdução a Informática ofertada por uma instituição que disponibiliza, gratuitamente, treinamentos para melhorar a produção agropecuária, a renda e a qualidade de vida da família rural paranaense e que caracteriza-se como ensino não-formal, uma vez que, a carga horária e currículo são estabelecidos no âmbito institucional (SENAR, 2016).

Uma dessas turmas contemplava 13 participantes inscritos e foi ministrado em uma escola estadual do Paraná, no período das férias, em que a maioria dos alunos são residentes na área rural ou possuem algum tipo de vínculo com este segmento. Os participantes cursam o Ensino Médio, sendo 03 participantes do primeiro ano e 10 que estão no segundo ano. A faixa etária deste grupo varia entre 14 a 59 anos. O curso contempla 40 horas, sendo distribuídas em 05 dias com duração de 8 horas/aula.

PLANEJAMENTO E DESENVOLVIMENTO DA ATIVIDADE DE MODELAGEM MATEMÁTICA PELOS LICENCIANDOS DO PIBID

O tema da atividade de MM emerge a partir da crise hídrica que ocorreu no Brasil e especificamente no estado Paraná no segundo semestre de 2021. Ao buscarem por informações os licenciandos do PIBID, durante o curso, utilizam a notícia do portal do G1 (2021) como base: "Crise hídrica: Paraná tem 13 cidades em estado de alerta e outras 18 com racionamento de água", como mostra a Figura 2, com o *Qr Code* da notícia.

Figura 2: Notícia sobre a crise hídrica no Estado do Paraná em 2021.

Fonte: G1 (2021).

A partir disso, os licenciandos do PIBID escolheram desenvolver a atividade pensando em implementar para alunos do 6° ano, a fim de trabalhar com a sensibilização do consumo de água. Para tanto, foi elaborado a seguinte questão: *Quanto você gasta de água por dia para atender as necessidades básicas?*

Com isso, os licenciandos do PIBID coletaram dados disponibilizados pela Companhia de Saneamento Básico do Estado de São Paulo (SABESP), referente à quantidade de água que é gasto durante algumas atividades diárias. Desta forma, os licenciandos optaram por pesquisar e desenvolver o trabalho padronizando tais gastos em: quantidade de litros de água gasto ao dar uma descarga, quantidade de litros por minuto ao tomar banho, quantidade gasta de litros por minuto ao escovar os dentes com a torneira aberta e consumo próprio (quantidades de garrafinhas de água ingerida). Esses dados foram sintetizados a fim de facilitar o cálculo do modelo dos licenciandos do PIBID durante a aula simulada e dos alunos do sexto ano.

Tabela 1: Média de água consumida em cada atividade (em litros).

MÉDIA DE ÁGUA CONSUMIDA EM CADA ATIVIDADE (EM LITROS)				
PRESSÃO	DESCARGA (L/ descarga)	BANHO (L/ min)	ESCOVAR OS DENTES (L/ min)	GARRAFINHA (L)
Bacia com caixa acoplada	12 L			
Bacia com válvula bem regulada	10 L			
Chuveiro de 6 mca		11,4 L		
Chuveiro de 15-20 mca		20,4 L		
			2,4 L	
				0,5 L

Fonte: acervo das autoras (2021) com base no site da SABESP.

Com isso, o desenvolvimento da atividade de MM seguiu algumas etapas, que foram: interação com o tema; elaboração de um problema; matematização, que é o momento de transição de um problema real para um problema matemático, resolução do problema, validação dos resultados e discussões.

Para a interação com o tema, em ambas as implementações da atividade, foi apresentado a notícia que consta na Figura 2, a fim de levantar discussões sobre o que os licenciandos e alunos entendiam sobre a crise hídrica no país/estado, no ano de 2021, e quais consequências poderiam ocorrer na sociedade devido à crise. Na sequência, foi apresentado o vídeo “Nossa água: saber usar para não faltar”, produzido pela Agência Nacional das Águas (ANA, 2015)[4].

4. Agência Nacional das Águas (ANA): “Nossa água: saber usar para não faltar” (2015). Disponível em: https://youtu.be/0KuRxthtE5k

O vídeo mostra como a água está presente em tudo que fazemos, como no uso doméstico, agricultura, criação de animais, indústria, produção de energia, etc, e por diferentes motivos podem ocorrer crises de abastecimento, por isso é necessário o consumo consciente de água. As informações contidas no vídeo vão ao encontro da notícia que foi discutida com os licenciandos e alunos.

Feito a interação com o tema da atividade - consumo de água - foi feita a pergunta norteadora os licenciandos e alunos, respectivamente: *Quanto você gasta de água por dia para atender as necessidades básicas?* A partir da pergunta foi iniciado um diálogo com os licenciandos e alunos, mostramos a seguir um exemplo das falas dos licenciandos.

Licenciando 13 - *Eu não faço menor ideia.*

Licenciando 14 - *Uns 8 mil litros?!*

Licenciando 3 - *Mas é o consumo individual L2.*

Licenciando 14 - *Então eu chuto o valor de 3 mil litros.*

Licenciando 15 - *Será que chega a uma milha nosso consumo de água por dia? Eu acho que é uns 200 litros.*

Licenciando 13 - *Tudo vai depender do tempo no banho. A gente vai lá e fica 1 hora no banho!*

Os alunos do 6° ano também tiveram esse momento de discussão e estimaram quanto eles gastavam de água em um dia. Após o diálogo com os licenciandos e alunos, foi apresentado a Tabela 1 contendo a média de água consumida em cada atividade (em litros) que seriam necessários para que fizessem os cálculos e respondessem o problema.

Foram dadas duas opções de descarga para os licenciandos e alunos do 6° ano verificarem qual era o modelo de sua casa: a bacia com caixa acoplada ou bacia com válvula bem regulada, visto que o consumo de água varia de uma para outra. O mesmo aconteceu para o tipo do chuveiro, visto que alguns chuveiros têm mais pressão na saída da água, ou seja, o metro de coluna d'água (mca) é maior.

A partir das informações disponibilizadas, os licenciandos e alunos em suas respectivas atividades, realizaram seus cálculos para estimar a quantidade de água consumida em um dia.

Na sequência, foi mostrado um dado da Organização das Nações Unidas (ONU), que aponta que 110 litros de água por dia é suficiente para atender as necessidades básicas de uma pessoa. Com isso, tanto os licenciandos durante a aula simulada quanto e os alunos do 6° ano durante a implementação da atividade pelo grupo, compararam seus resultados respectivamente, e a maioria percebeu que gastaram acima da média ideal, bem como acima do consumo *per capita*.

DESENVOLVIMENTO DA ATIVIDADE DE MODELAGEM MATEMÁTICA PELOS ALUNOS DO PROGRAMA DE INTRODUÇÃO A INFORMÁTICA

A fim de trabalhar gráficos com o *software Excel* no Programa de Introdução a Informática, foi solicitado aos participantes dados referentes aos gastos de energia e água do último mês. De posse destes dados, juntamente com o auxílio da instrutora, foram construídos gráficos de colunas e, consequentemente, os participantes começaram a comparar os gastos. No entanto, os valores dispostos nos gráficos não exemplificaram os maiores consumidores de água/energia pois não estão explícitos dados importantes como: quantidade de pessoas que utilizam destes recursos e demais peculiaridades que ajudariam a compor tal discussão.

Frente a esta curiosidade, a instrutora lançou um desafio: *que tal descobrir qual o gasto diário de água pelos presentes em sala?* Dada a intencionalidade da tarefa e objetivos do plano de aula, tal desafio sugere a utilização do *Excel* para organizar matematicamente os dados.

Os alunos foram convidados a observarem o gasto de água, sendo estabelecido os mesmos parâmetros da atividade descrita anteriormente elaborada pelos licenciandos do PIBID (Tabela 01). Tal desafio desenvolveu-se em sala após dois dias da solicitação, tempo que os participantes tiveram para observar e registrar os gastos para as atividades contidas na Tabela 01.

Ao retornarem ao trabalho com o *Excel*, os alunos iniciaram a tarefa de construir uma tabela em que calcularam os gastos de água (litros/dia/pessoa) para atendimento das necessidades básicas. Foram feitos grupos de trabalho, todavia, cada aluno devia sintetizar a planilha individualmente no *software*, considerando os dados em particular.

Diferentes olhares para o consumo da água no contexto formal e não-formal

O foco desta seção se volta aos desdobramentos que atividade proporcionou em cada cenário, ou seja, o modo que cada contexto educacional (formal: licenciandos do PIBID, 6° ano e não formal: participantes de um Curso de Introdução a Informática) vislumbrou a questão do consumo consciente de água. Para tanto, descreveremos o modelo de cada grupo, as dificuldades, pontos convergentes e divergentes, potencialidades e limitações de cada contexto.

Em relação aos licenciandos do PIBID, o modelo produzido a partir da Tabela 1, foi sintetizado em uma planilha compartilhada via *Google Drive*, para facilitar a visualização de todos, visto que a aula simulada se concretizou de forma remota. Logo, os licenciandos ficaram livres para fazer seus cálculos em caderno ou calculadora para depois acrescentar na planilha compartilhada. Aparentemente, não apresentaram dificuldades para realização dos cálculos e manuseio da planilha. Em um dos grupos da aula simulada, que tinham 12 participantes, a média de consumo de água diário foi de 171, 335 litros e o consumo individual pode ser visualizado no Figura 3.

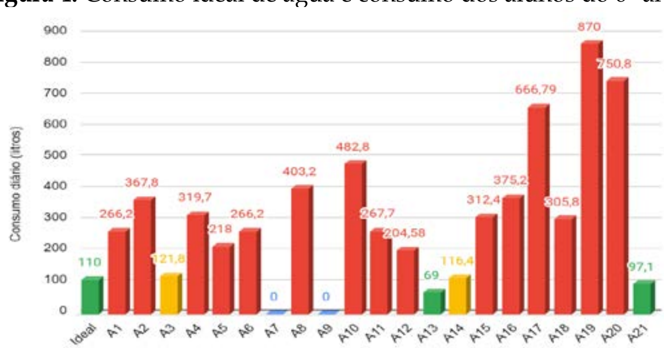
Figura 3: Consumo ideal de água e consumo dos licenciandos do PIBID.

Fonte: as autoras (2021).

Para os alunos do 6° ano, foi entregue uma folha impressa para cada um fazer os cálculos conforme seus gastos diários. Todavia, os alunos apresentaram dificuldades em realizar operações como multiplicação e adição com números decimais, bem como fazer transformações dos dados disponibilizados na Tabela 1. Por exemplo, foi considerado que uma garrafinha de água tinha 0,5 litros, o aluno tomava quatro garrafinhas, a partir disso ele não conseguia saber quantos litros ele tomava no total. Desta maneira, o grupo de licenciandos que estavam propondo a atividade ajudava os alunos, individualmente, com as operações matemáticas.

A média do consumo de água diária dos 21 alunos do sexto ano foi de 308,64 litros. Os alunos produziram, com auxílio dos licenciandos, um gráfico que foi apresentado a eles para melhor visualizar o consumo de água individual (Figura 4).

Figura 4: Consumo ideal de água e consumo dos alunos do 6° ano.



Fonte: as autoras (2021).

Na Figura 3, é apresentado o consumo ideal de 110 litros diários comparados com o consumo dos licenciandos, que nomeamos de L1, L2, … L12. E na Figura 4, também é feita essa comparação do consumo ideal com o consumo dos alunos, que nomeamos de A1, A2, …, A21.

Em ambas figuras, a cor verde representa se o aluno contempla o consumo ideal de água, não ultrapassando a quantidade ideal estipulada pela ONU; a cor amarela mostra que o indivíduo ultrapassou a quantidade do consumo ideal, contudo, se aproxima do consumo *per capita* brasileiro de 2020 (152,13 l/hab./dia) (SNIS, 2020) e, portanto, merece atenção; cor vermelha representa que o consumo ultrapassa o consumo ideal e *per capita*, e merece atenção e uso racional de água.

Por intermédio destes dados, tanto os licenciandos do PIBID, quanto alunos do 6° ano, puderam refletir sobre seus consumos. Verificaram que a maioria gasta muito mais do estimado pela ONU, além disso perceberam que o consumo de água diário é muito maior que esse que foi calculado em aula, visto que durante o dia, outras atividades como, lavar louça, cozinhar, lavar as mãos, lavar roupa, lavar calçada, lavar o carro exigem ainda mais o consumo de água. Como conclusão da atividade, os alunos do 6° ano gravaram um vídeo relatando que estavam sensibilizados acerca do gasto diário de água e que, a partir daquele momento, iriam economizar mais água.

Ademais, em se tratando do ensino não-formal, o modelo produzido contempla uma planilha do *Excel*, elaborada de forma individual, mas com contribuições e discussões coletivas. Uma dessas planilhas construídas está exemplificada na Figura 5. Nesta imagem é possível observar que um dos modelos construídos apresenta saldo negativo de gasto diário de água. Ou seja, de acordo com a percepção do participante, este saldo negativo representa que ele extrapolou o limite ideal diário de gasto (parâmetro da ANA), avaliando e socializando com a turma que se encontra em débito em relação ao consumo ideal, associando, portanto, o negativo como uma dívida.

Figura 5: Exemplo de planilha elaborada com o encaminhamento da atividade em ambiente não-formal.

Gasto de água diário (necessidades básicas)				
Atividades	**Unidades**	**Dados da literatura**	**Dados pessoais**	**Subtotal (litros/dia)**
Consumo próprio	litros/dia	variável	1,5	1,5
Descarga	litros/descarga	12	4	48
Banho	L/min	11	15	165
Escovar os dentes	L/min	2,4	1,5	3,6
Lavar a mão	L/min	2,4	3,2	7,68
			Total:	225,78
			Ideal (ANA)	110
			Saldo:	-115,78

Utilizado fórmulas básicas. Exemplo: = C4*D4

Utilizado Botão AutoSoma

Utilizado fórmula básica: = E9-E8

Fonte: as autoras (2022).

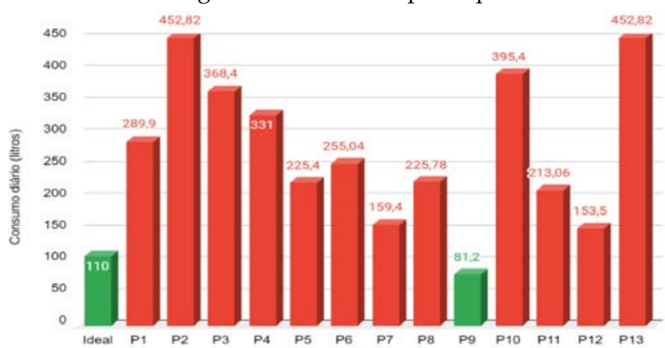
De modo geral, realizada a construção dos modelos, foi possível acompanhar o conhecimento dos participantes em relação a utilização de fórmulas no *software*, além das questões específicas do programa em questão. A atividade oportunizou uma discussão crítica sobre os hábitos básicos em que água é empregada.

Dentre as facilidades ocorridas nesta atividade enumera-se a questão do envolvimento dos participantes com a temática, a curiosidade deles para descobrirem os gastos de água diários, as comparações possibilitadas entre eles, a facilidade de manuseio do *software* - ainda que a maioria da turma desconhecia o programa e passaram a ter contato apenas durante o curso, a aceitação do convite à atividade e o engajamento durante a execução. Quanto às dificuldades, merece destaque a dificuldade em relação a transformação de unidades de medida de tempo (minutos, segundos…) o que foi facilmente resolvido pela questão de estarem no curso de informática e foi sugerido que buscassem um aplicativo ou site para tanto.

Enfatizando as potencialidades da atividade, ao final da experiência foi solicitado que cada participante escrevesse em um *post-it* a percepção em relação a atividade, buscando conexões críticas para o exercício. Comumente, além do registro escrito, na sala as falas remetem a: *nossa! Eu gasto tudo isso? Estou surpresa; minha* mãe sempre fala que demoro muito no banho e agora percebo que ela tem razão… *(....)*. Também se constatou apontamentos como: *“Percebi que sou muito consumista e que devo melhorar isso urgentemente. Foi um choque de realidade”*.

Abordando o resultado construído em sala, foi constatado que a média de consumo de água diário dos alunos do Programa de Introdução à Informática foi de 277, 209 litros de água. A partir da Figura 6 é possível comparar o consumo dos alunos comparado com o gasto ideal de água proposto pela ONU. Os participantes estão identificados por P1, P2…, P13.

Figura 6**:** Consumo ideal de água e consumo dos participantes do ensino não-formal.



Fonte: as autoras (2022).

Analisando os dois contextos de ensino, formal e não-formal, verificamos que na elaboração dos modelos, os alunos do 6° ano e do Programa de Introdução a Informática, tiveram dificuldades durante as transformações e interpretação para realização do cálculo, ou seja, qual operação matemática utilizar para chegar ao valor desejado. Já os licenciandos não apresentaram dificuldades, pois eles pareceram mobilizar conceitos elementares para lidar com o problema.

Além disso, foi possível verificar, nos dois contextos, que a maioria dos alunos consomem água acima do estimado pela ONU (110 litros/pessoa/dia) e também acima do consumo *per capita* de água (152,13 litros), como foi visto nas figuras apresentadas. Pela média de consumo de água dos dois contextos, os licenciandos são os que fazem o consumo mais consciente de água, referente às atividades da Tabela 1, todavia, os demais alunos se sensibilizaram a partir da atividade de MM que é necessário fazer o uso racional da água, tanto por questões econômicas, como ambientais.

CONVERSA COM QUEM GOSTA DE MODELAGEM MATEMÁTICA

E você? Já se perguntou se está desperdiçando água? Por meio da Modelagem Matemática vimos que é possível verificar quanto de água consumimos e se estamos dentro dos parâmetros da ONU ou *per capita* nacional.

A atividade de MM relatada, neste capítulo, mesmo sendo desenvolvida em contextos diferentes, não se limita aqui. Ainda é possível explorar o tema "*água*" a partir de outras atividades de MM, que podem colaborar para a sensibilização e uso racional, fazendo jus a necessidade de se considerar um bem social, econômico e ambiental.

Um recurso interessante contempla a utilização do jogo *on-line*: *"A pegada doméstica e o uso racional da água: um ambiente virtual de aprendizagem"*[5], desenvolvido pela Universidade de São Paulo (USP) e demais parceiros (MARTIRANI, 2016). O jogo foi organizado visando promover reflexões sobre as relações existentes entre as ações cotidianas e a qualidade e quantidade de água potável disponível para consumo humano.

Reforçamos que as atividades de MM, no contexto da Educação Matemática, partem de um problema do contexto real e por meio de ferramentas matemáticas é possível prever fenômenos bem como refletir de maneira crítica sobre problemas econômicos, sociais e ambientais. Levar isso para a educação, seja ela formal ou não-formal é necessário para a formação de um cidadão consciente e democrático. Para aqueles que pretendem trabalhar a aproxima-

5. Jogo *on-line*: A pegada doméstica e o uso racional da água: um ambiente virtual de aprendizagem (USP). Disponível em: http://wsistemas1.esalq.usp.br:8080/pegada_domestica# Acesso em 12 ago 2022

ção entre o conteúdo matemático e a realidade do aluno com vistas ao desenvolvimento da criticidade vale a pena direcionar o olhar para trabalhos no âmbito da Educação Matemática Crítica (SKOVSMOSE, 2014) com foco na MM.

Nesse sentido, acreditamos que a máxima de Madre Tereza de Calcutá continue válida, pois, ainda que, por vezes, possamos ter a sensação de que aquilo que fazemos é senão uma gota no oceano. Mas, sem essa gota o oceano seria menor. Logo, se em uma atividade de MM conseguirmos que os envolvidos economizem litros de água, nosso olhar deve voltar-se ao fato de que esses litros podem representar milhões de litros quando tratamos do coletivo e isso nos salta aos olhos, afinal somos mais de 7 bilhões de habitantes no planeta!

Contudo, nossas dicas não se esgotam por aqui! Consideramos importante indicar trabalhos com a temática água em outros contextos educacionais. Que tal ler mais sobre o tema água no Ensino Superior? O trabalho de Almeida (2002) analisa o consumo de água na cidade de Londrina - PR, bem como, estabelece estimativas deste consumo para os anos seguintes.

Caso queira trabalhar com a fatura da conta de água especificamente, indicamos o trabalho de Martins, Bersan e Kato (2019), intitulado "MM na perspectiva sociocrítica como estratégia de ensino para sensibilização do consumo de água", o qual objetivava reflexões sobre: *"Quais as contribuições da MM na sensibilização do consumo de água?"*.

Também podemos trabalhar a questão da tarifa cobrada pelo uso da água. O trabalho de Rehfeldt *et al.,* (2018) proporciona discussões relativas à investigação acerca dos custos do consumo de água com o propósito de obter critérios de escolha entre as duas companhias de fornecimento de água.

E vamos além? Pois bem, nossa última dica com a finalidade de ampliar horizontes sobre as possibilidades de trabalhar a temática água em cenários educacionais aliados à MM, convida você a pensar sobre esta questão: *Você "come" água?* Esta pergunta pode parecer estranha, mas você já refletiu sobre *Quanta água é consumida na produção de bens e serviços finais?* Responder a esse questionamento não é algo corriqueiro, contudo, existe um consumo indireto de água, que por vezes, passa despercebido pelas pessoas por ser *"invisível"*. De acordo com publicação da Revista Exame (BARBOSA, 2018) para produzir um copo de cerveja (de 250 ml), são empregados, em média, 75 litros de água. Ou seja, você já ouviu falar em *Pegada Hídrica (PH*)? Trata-se um indicador do uso da água que considera não apenas o seu uso direto por um consumidor ou produtor, mas, também, seu uso indireto. A PH hídrica de um produto é o volume de água utilizado para produzi-lo, medida ao longo de toda cadeia produtiva" (HOEKSTRA et al., 2011, p. 02). Já imaginou isso atrelado à MM?

Por fim, ficamos na expectativa que este capítulo tenha feito refletir que apesar da água ser considerada por alguns pesquisadores, um recurso finito, as potencialidades de trabalho com a temática envolvendo a MM mostram-se infinitas!

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, L. M. W, Modelagem matemática na sala de aula: um estudo. In: **VII Encontro Paranaense de Educação Matemática (EPREM)**. Foz do Iguaçu, 2002. Disponível em: http://www.sbemparana.com.br/arquivos/anais/epremvii/comunicacao/comunicacao_18.pdf. Acesso em: 10. Ago. 2022.

BARBOSA, V. **A água invisível que "comemos" todo dia sem saber (e seus problemas).** Revista Exame, 22/03/18. Disponível em: https://exame.com/economia/a-agua-invisivel-que-comemos-todo-dia-sem-saber-e-seus-problemas/ Acesso em: 10. Ago. 2022.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.

BRASIL. **Política Nacional de Educação Ambiental**, Lei 9795. Diário Oficial da República Federativa do Brasil, Brasília, DF, 27 abr. 1999. Disponível em: https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/LEIS/L9795.htm Acesso em: 07. ago. 2022

BRASIL. **PIBID: apresentação**. Ministério da Educação. 2022. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/pibid/pibid. Acesso em: 28. Jul. 2022

FOLHA DE LONDRINA. **Maior crise hídrica da história do Paraná lança desafios em múltiplas frentes.** 2021. Disponível em: https://www.folhadelondrina.com.br/reportagem/maior-crise-hidrica-da-historia-do-parana-lanca-desafios-

-em-multiplas-frentes-3100476e.html Acesso em: 07. Ago. 2022.

G1. **Crise hídrica: Paraná tem 13 cidades em estado de alerta e outras 18 com racionamento de água.** G1 portal de notícias do Globo. 2021. Disponível em: https://g1.globo.com/pr/parana/noticia/2021/09/07/crise-hidrica-parana-tem-13-cidades-em-estado-de-alerta-e-outras-18-com-racionamento-de-agua.ghtml. Acesso em: 28. Jul. 2022

HOEKSTRA, A. Y; CHAPAGAIN, A; ALDAYA, M. M; MEKONNEN, M. M. **Manual de Avaliação da Pegada Hídrica:** Estabelecendo o Padrão Global. Earthscan, p. 216, 2011

MARTINS, A. L; BERSAN, L; KATO, L. A. Modelagem Matemática na Perspectiva Sociocrítica como Estratégia de Ensino para Sensibilização do Consumo de Água. In: **XV Encontro Paranaense de Educação Matemática (EPREM)**. 2019. Disponível em: http://www.sbemparana.com.br/eventos/index.php/EPREM/XV_EPREM/paper/viewFile/1260/849. Acesso em: 10. Ago. 2022.

MARTIRANI, L. A. (coord). **"A pegada doméstica e o uso racional da água" – USP** (2016). Disponível em: http://wsistemas1.esalq.usp.br:8080/pegada_domestica# Acesso em 12 ago 2022

MINISTÉRIO DO DESENVOLVIMENTO REGIONAL (MDR). Secretaria Nacional de Saneamento (SNS). **Painel de saneamento.** 2020. Disponível em: http://appsnis.mdr.gov.br/indicadores/web/agua_esgoto/mapa-agua/?cod=4104303 Acesso 28 Jul. 2022

MINISTÉRIO DO DESENVOLVIMENTO REGIONAL (MDR). Secretaria Nacional de Saneamento (SNS). **Consumos médios *per capita* de água**. 2019. Disponível em:

http://www.snis.gov.br/downloads/diagnosticos/ae/2019/Diagnostico-SNIS-AE-2019-Capitulo-07.pdf Acesso 28 Jul. 2022

SENAR – SERVIÇO NACIONAL DE APRENDIZAGEM RURAL. **Série Metodológica:** metodologia do ensino SENAR, Formação e promoção Social. Brasília, 108 p, 2016.

SKOVSMOSE, O. **Um convite à educação matemática crítica.** Tradução de Orlando de Andrade Figueiredo. Campinas: Papirus, 2014. (Coleção Perspectivas em Educação Matemática).

REHFELDT, M. J. H.; NEIDE, I. G.; BÖCKEL, W. J.; BROILO, A. P.; PISCHING, I.; HEINEN, C. A.; KÖNIG, R. I. Modelagem Matemática no Ensino Médio: uma possibilidade de aprendizagem a partir de contas de água. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, v. 9, n. 1, p. 103-121, 5 abr. 2018

13

REDUTOR DE VELOCIDADE EM VIAS PÚBLICAS: QUANTO CUSTA?

Daniela Barbieri Vidotti[1]
Lilian Akemi Kato[2]
Ana Carolina Rolim de Freitas[3]
https://doi.org/10.54176/UTAO4208

A LOMBADA QUE NÃO EXISTE NA MINHA RUA

Neste capítulo, abordamos a atividade de Modelagem Matemática intitulada "Modelo matemático de uma lombada", já discutida em Vidotti (2019), desenvolvida por estudantes de um curso de Licenciatura em Matemática na Universidade Estadual do Paraná (UNESPAR), no contexto da disciplina de Cálculo Diferencial e Integral II (CDI II)[4]. Além de descrever o desenvolvimento realizado pelos alunos, exploramos o tema "redutor de velocidade em vias públicas", a fim de inspirar aqueles que porventura desejarem implementar essa atividade com outros públicos. Nessa intencionalidade, comentamos sobre o seu desenvolvimento, com sugestões de abordagens em outros níveis de ensino.

1. Universidade Estadual do Paraná/*Campus* de Paranavaí – Colegiado de Matemática.

2. Universidade Estadual de Maringá – Departamento de Matemática.

3. Universidade Estadual de Maringá – Mestranda do PCM.

4. Nessa disciplina são abordados os seguintes conteúdos: funções de várias variáveis: gráficos, limites, continuidade, derivadas e integrais múltiplas. Equações diferenciais ordinárias de primeira ordem.

Este tema foi escolhido pelos estudantes, que investigaram a respeito da construção de uma lombada, com a intenção de descobrir o custo para a sua instalação. A docente responsável pela disciplina, havia proposto a esses alunos que considerassem que o problema a ser investigado deveria ser modelado por uma função de várias variáveis. A partir disso, os alunos seriam instigados a abordar os conceitos matemáticos explorados na disciplina de CDI II, proporcionando-lhes experiências que extrapolam o conteúdo dos livros didáticos dessa disciplina.

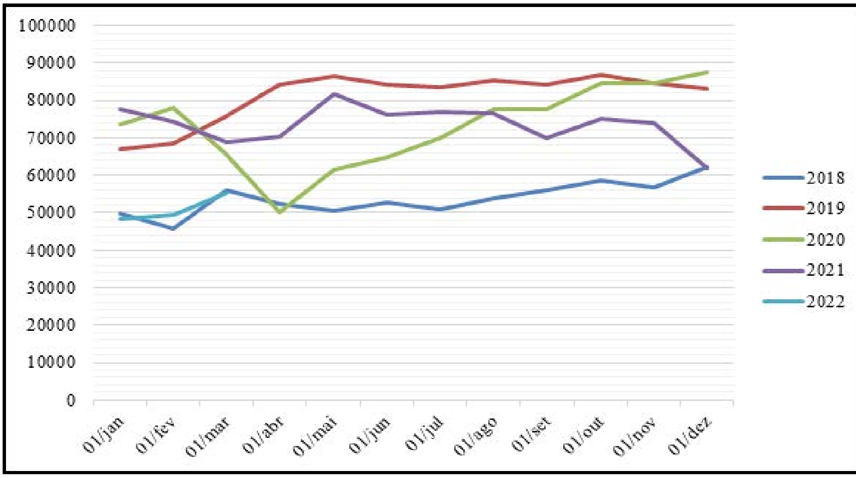
A ideia de estudar sobre este tema partiu da indagação de uma estudante que relatou a urgência em instalar uma lombada na rua onde mora, para diminuir os riscos de acidentes, visto que nessa rua há uma escola e o trânsito de pedestres e automóveis é intenso. Note que, o art. 1°, § 1° do Código de Trânsito Brasileiro (BRASIL, 1997) "Considera-se como trânsito a utilização das vias por pessoas, veículos, animais, isolados ou em grupos, conduzidos ou não, para fins de circulação, parada, estacionamento e operação de carga ou descarga".

Ainda, segundo o Registro Nacional de Acidentes e Estatísticas de Trânsito (RENAEST), da Secretaria Nacional de Trânsito, pasta do Ministério da Infraestrutura, aponta que no Brasil há uma frota ativa[5] de 74.641.908 automóveis e um total de acidentes[6], registrados no período de 2018 a 2022, de 3.532.918 casos, dentre essa quantidade as ocorrências de atropelamentos com pedestre, durante este tempo, foi de 114.949 incidentes (BRASIL, 2022). Para ilustrar essas informações apresentamos na Figura 1 um gráfico que compara a quantidade de acidentes durante o período de 2018 a 2022.

5. Frota circular: veículos com pelo menos um licenciamento anual ou infrações nos últimos 10 anos (RENANF).

6. Não contempla os registros de acidentes de trânsito da PRF.

Figura 1 - Comparativo da quantidade de acidente por ano.



Fonte: Brasil (2022).

Dentre as causas desses acidentes, destaca-se o excesso de velocidade provocada pelos condutores. No Brasil há diversos dispositivos à disposição das autoridades de trânsito que diminuem a velocidade das vias urbanas: os semáforos, as sinalizações, os radares e os redutores de velocidade construídos nas vias. E, um desses redutores de velocidade é a lombada, também conhecida como quebra-molas, ou saliência, ou ainda ondulação transversal. Para aplicar esse redutor nas vias, precisa-se considerar a legislação descrita pelo Conselho Nacional de Trânsito (CONTRAN), que visa a segurança dos condutores e pedestres nas vias.

O Código Brasileiro de Trânsito (BRASIL, 2016) ressalta que

> A ondulação transversal pode ser utilizada onde se necessite reduzir a velocidade do veículo de forma imperativa, nos casos em que estudo técnico de engenharia de tráfego demonstre índice significativo ou risco potencial de acidentes cujo fator determinante é o excesso de velocidade praticado no local e onde outras alternativas de engenharia de tráfego são ineficazes. Art. 1º da Resolução Nº 600, de 24 de maio de 2016.

Além disso, regulamenta os tipos de lombadas que podem ser utilizadas (BRASIL, 2016):

> Art. 3º A ondulação transversal pode ser do TIPO A ou do TIPO B e deve atender às características.
>
> I – Ondulação transversal TIPO A: Pode ser instalada onde ocorre a necessidade de limitar a velocidade máxima para 30km/h, em: a) Rodovia, somente em travessia de trecho urbanizado; b) Via urbana coletora; c) Via urbana local.
>
> II – Ondulação transversal TIPO B: Pode ser instalada somente em via urbana local em que não circulem linhas regulares de transporte coletivo e não seja possível implantar a ondulação transversal do Tipo A, reduzindo pontualmente a velocidade máxima para 20 km/h. Resolução Nº 600, de 24 de maio de 2016.

Todas essas informações contribuíram para os estudantes delimitarem o seu problema de investigação "Qual é o custo para a construção de uma lombada?". A ideia pareceu pertinente ao grupo, pois poderiam calcular o volume de concreto necessário para a construção da lombada, utilizando conceitos de CDI II solicitados pela docente da disciplina.

UMA LOMBADA NEM É TÃO CARA ASSIM!

Tendo delimitado o problema, partiram para a coleta de dados. Para isso, um dos estudantes ficou responsável de pesquisar algumas informações necessárias, como: dimensões de uma lombada, o material utilizado para a sua construção e os custos desses materiais. Entretanto, surgiu um questionamento em relação às informações consultadas: a lombada deveria ser construída de pavimentação asfáltica, sendo comercializada por metro quadrado, e essa unidade refere-se à área ao invés do volume, sendo assim, como calculariam a quantidade de material necessário para a construção da lombada? Para contornar essa situação a docente responsável orientou-lhes a consultar alguma empresa especializada em pavimentação asfáltica. Contudo, até a aula seguinte, os alunos não conseguiram obter esses esclarecimentos. Diante disso, a docente sugeriu que considerassem a hipótese de construí-la com massa de concreto, a fim de que utilizassem a unidade referente ao volume.

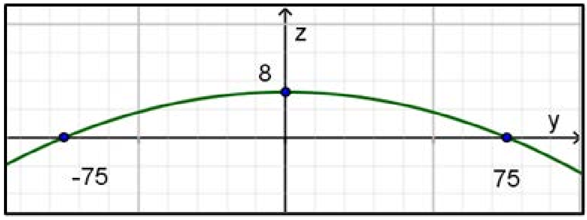
Ao pesquisarem sobre a legislação, verificaram que há dois tipos de lombadas, conforme já descrevemos anteriormente. O tipo A deve ter comprimento de 3,70 m e altura (h): 0,08 m ≤ h ≤ 0,10 m. O tipo B, seu comprimento deve ter 1,50 m e altura (h): 0,06 m ≤ h ≤ 0,08 m. Em ambos os tipos, a largura deve ser igual a da pista (BRASIL, 2016). Para este estudo, os estudantes optaram pela lombada do tipo B e fixaram a altura em 0,08 m, além disso, mediram a largura da via em que desejavam instalar e obtiveram 9 metros.[7]

Os alunos discutiram sobre a forma geométrica da lombada, assim, decidiram utilizar uma superfície cilíndrica que conforme definido em Thomas (2009, p. 209, grifo do autor) é "composta por todas as retas que são paralelas a uma reta dada no espaço e passam por um curva plana dada. A curva é uma *curva geradora* para o cilindro". Portanto, surgiram três possibilidades para a curva geradora: parte de uma circunferência, parte de uma elipse ou parte de uma parábola. A escolha foi feita para a parte de uma parábola, pois a base parabólica poderia fornecer uma elevação mais suave do que a base elíptica ou a circunferência. Desta forma, a escolha foi feita considerando o conforto dos condutores de veículos e passageiros que passariam pelo redutor de velocidade. Logo, optaram pelo cilindro parabólico.

Em Thomas (2009), os alunos verificaram que a equação de um cilindro paralelo ao eixo x é definida pela curva geradora $f(y,z)=k$ no plano yz. Considerando o formato parabólico, a equação procurada seria a parábola: $z=ay^2+by+c$, onde a, b, e c são constantes reais. Para encontrar os valores destas constantes foi feito um esboço da curva, levando em conta as medidas da lombada.

7. Essas informações a respeito das medidas da lombada foram atualizadas, de acordo com a legislação referenciada, em um estudo apresentado por parte desse grupo em Polido, Medeiros e Vidotti (2017) e nesse Capítulo consideramos essas alterações que modificaram alguns dos resultados matemáticos obtidos e apresentados na atividade "Modelo matemático de uma lombada" presente em Vidotti (2019).

Figura 1 - Parábola no plano .



Fonte: Polido, Medeiros e Vidotti (2017).

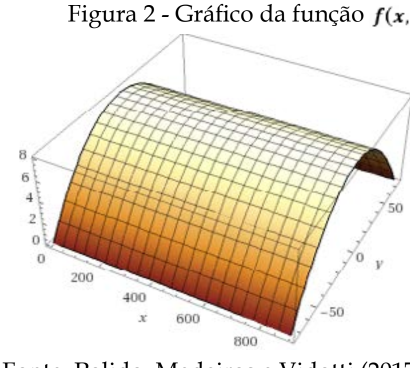
Assim, era preciso encontrar por uma parábola no plano yz, que passasse pelos pontos (-75,0), (75,0) e (0,8). Para isso, foi utilizado um sistema de três equações e três variáveis:

$$\begin{cases} \boldsymbol{a(75)^2 + b(75) + c = 0} \\ \boldsymbol{a(-75)^2 + b(-75) + c = 0} \\ \boldsymbol{a(0)^2 + b(0) + c = 8} \end{cases}$$

E obtiveram os valores $a=-\frac{8}{5625}$, $b=0$ e $c=8$. Logo, $z=-\frac{8}{5625}$, y^2+8 é a equação da curva geradora. Para representar a parte da superfície desejada, foi definida a função $f(x,y)=-\frac{8}{5625}$, y^2+8 com domínio $D=\{(x,y)\in R^2 \mid 0\leq x\leq 900;\ -75\leq y\leq 75\}$. Para visualizar este resultado foi plotado o gráfico desta função.

E obtiveram os valores , e . Logo, é a equação da curva geradora. Para representar a parte da superfície desejada, foi definida a função com domínio . Para visualizar este resultado foi plotado o gráfico desta função.

Figura 2 - Gráfico da função $\boldsymbol{f(x,y) = -\frac{8}{5625}y^2 + 8}$.



Fonte: Polido, Medeiros e Vidotti (2017).

Tendo construído o modelo matemático que representa a lombada, pode-se calcular o seu volume utilizando a seguinte integral dupla: $\int_0^{900}\int_{-75}^{75}\left(-\frac{8}{5625}y^2+8\right)dxdy$. cálculo desta integral resultou em 720.000 cm^3, que equivale a 0,72 m^3. Para validar este resultado, uma etapa fundamental no desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática, foi feita uma estimativa para o volume, comparando o valor encontrado com o volume do paralelepípedo formado pelas dimensões da lombada (largura, altura e comprimento).

Para responder o problema de investigação, os estudantes contactaram um profissional da área da construção civil que passou uma lista de produtos necessários para preparar 1 m^3 de concreto (5 sacos de cimento, ¾ m^3 de brita, ½ m^3 de areia e 150 l de água). Usando regra de três simples, obtiveram as quantidades necessárias para preparar 0,72 m^3 desse material. Em seguida, solicitaram um orçamento desses produtos em uma loja de materiais de construção.

Tabela 1 - Orçamento do concreto.

Itens	Quantidade	Valor unitário (R$)	Valor total (R$)
Cimento (sc)	4 sacos	24,50	98,00
Brita (m^3)	½ m^3	79,00	39,50
Areia (m^3)	½ m^3	59,00	29,50
Água (l)	108 l		00,00
Total			**167,00**

Fonte: Polido, Medeiros, Vidotti (2017, p. 5).

Somando-se ao orçamento dos produtos, o valor de R$ 300,00 referentes à mão-de-obra, fornecido por um mestre de obras, concluíram que o custo procurado para a construção da lombada é de R$ 467,00. Na ocasião, foi comentado na sala que esse valor poderia ser um pouco maior, pois não verificaram se havia a necessidade de incluir ferragens na construção, para garantir uma melhor fixação da lombada.

Ao observarem o valor obtido para o custo da implantação de uma lambada, os alunos se surpreenderam e comentaram que esperavam encontrar um valor mais alto, e que, sendo assim, considerando o problema dos riscos de acidentes na rua em que se encontrava a moradia de uma das alunas desse grupo, concluíram que seria viável fazer uma solicitação à prefeitura da cidade para a implantação da lombada naquela rua. Esse estudo motivou a aluna a protocolar esse pedido junto à prefeitura, alguns dias depois. Vale destacar que essa atitude da aluna vai ao encontro dos pressupostos da Modelagem Matemática na perspectiva socio-crítica (BARBOSA; SANTOS, 2007) a qual enfatiza sobre o papel da matemática na sociedade.

CONVERSA COM QUEM GOSTA DE MODELAGEM MATEMÁTICA

No artigo "Divagações sobre investigação matemática e o seu papel na aprendizagem da matemática", Braumann (2002, p, 5) diz que "aprender Matemática não é simplesmente compreender a Matemática já feita, mas ser capaz de fazer investigação de natureza matemática (ao nível adequado a cada grau de ensino)". É nesse sentido que decidimos abordar uma atividade sobre o tema "redutor de velocidade em vias públicas", em que os estudantes investigaram os custos para a implantação de uma lombada, feita de concreto, por meio de seus conhecimentos.

Reforçamos que as atividades de Modelagem Matemática, no âmbito da Educação Matemática, partem de um problema real dos estudantes e com as ferramentas matemáticas é possível prever e/ou estudar fenômenos, assim como refletir de maneira crítica sobre problemas econômicos, sociais, ambientais e político. Neste contexto, os estudantes puderam, por intermédio de suas inquietações, estudar sobre uma temática que estava presente em seu cotidiano e desenvolveram senso crítico.

Evidenciamos que os objetivos da professora responsável eram abordar o conteúdo de funções de várias variáveis, e outros conceitos do CDI II, como integral dupla, por exemplo. Entretanto, essa atividade não se limita apenas a essa disciplina e a este nível de ensino, assim como o próprio objeto de investigação. A propósito, que outras lombadas poderiam ser estudadas? Você conhece alguma delas?

De acordo com Horn (2019), as lombadas existem em vários países espalhados pelo mundo, nos Estados Unidos ela é conhecida como *speed bump* e na Inglaterra como *sleeping policeman*, conforme ilustradas nas figuras 3 e 4, respectivamente.

Figura 3 - Speed bump em Bloomington no estado de Indiana nos EUA.

Fonte: Barsov (2012).

Figura 4 - Sleeping policeman em Crockham Hill na Inglaterra.

Fonte: Chadwick (2009).

Além das lombadas tradicionais, existem no Brasil as que são conhecidas como lombadas eletrônicas, que possuem o funcionamento igual aos radares eletrônicos, ou seja, a operação deste equipamento é baseada no cálculo da velocidade média. Sob a via são instalados dois sensores que são acionados a partir da passagem de um automóvel, esses sensores são conectados a uma central que determina o valor da velocidade. Ao ser acionado o primeiro sensor dá-se o início da contagem do tempo, que é interrompida a partir da passagem do veículo pelo segundo sensor (SILVA JÚNIOR, 2022).

Figura 5 - Lombada eletrônica.

Fonte**:** Batista (2020).

Ademais existem as lombadas ecológicas que, segundo o diretor de trânsito e sistema viário da Superintendência Municipal de Transportes (STRANS) do município de Teresina/RJ, Augusto Basílio, são feitas de borracha e fixadas no asfalto por meio de parafuso. “A origem é de pneu. A lombada é feita por uma borracha dura que tem a capacidade fazer com que os carros reduzam a sua velocidade”, observou. A primeira lombada ecológica foi instalada na cidade Teresina, está localizada na Avenida Noé Mendes, nas proximidades da Unidade de Pronto Atendimento (UPA), do bairro Renascença. Ainda, o órgão responsável informou que o mecanismo está em conformidade com a legislação do Contran (MOURA, 2020).

Figura 6 - Lombada ecológica.

Fonte: Teresina (2020).

Esperamos que essas informações possam inspirá-los a levar o convite para os alunos trabalharem com esse tema. Na atividade desenvolvida neste Capítulo, a escolha desse tema só foi possível porque os estudantes aceitaram o convite feito pela professora de escolherem a própria temática, algo que não é comum nas aulas de Cálculo Diferencial e Integral. Desta forma, ressaltamos a importância de promover atividades de Modelagem Matemática em que a escolha do tema seja feita pelos alunos, para que eles possam se sentir co-responsáveis pelos seus processos de aprendizagem (BASSANEZI, 2013).

Ainda sobre possibilidades para abordar esse problema, observe que o mesmo poderia ser resolvido como uma aplicação de integral definida na disciplina de CDI I (Cálculo Diferencial e Integral em uma variável) recorrendo ao cálculo do volume de um cilindro deitado tendo como base uma parábola (considerando as mesmas discussões que ocorreram no desenvolvimento da atividade relatada anteriormente), por via das seguintes integrais:

$$A(y) = \int_{-75}^{75} \left(-\frac{8}{5625}x^2 + 8\right) dx \quad \text{ou} \quad A(x) = 2\int_{0}^{8} 75\sqrt{1-\frac{y}{8}}\, dy$$

Note que, em ambos os casos, determinam-se a área da região sendo 800 cm², para calcular o volume basta multiplicar pelo comprimento, isto é, , obtendo um volume igual a 720.000 cm³.

De outra forma, o mesmo problema pode ser abordado na Educação Básica, no estudo de Geometria Espacial, em que parte do cilindro circular pode ser utilizado para representar a lombada, sem haver necessidade de escrever uma equação para representá-lo. Nesse caso, os alunos poderiam descobrir uma medida para o raio da base do cilindro circular de forma que a lombada ficasse o mais suave possível. Depois disso, trabalhariam o cálculo do volume dessa figura geométrica.

Caso optassem por utilizar uma parábola como parte da base do cilindro, eles poderiam encontrar o volume da lombada de outra forma. Uma opção, seria fazer um esboço em papel Kraft, em tamanho real, de uma seção transversal da lombada e poderiam cobrir essa seção com retângulos. Uma estimativa para a área desejada seria obtida somando-se as áreas de cada retângulo. Depois, para obter o volume da lombada, bastaria multiplicar o valor da área da seção transversal pela largura da lombada (largura da rua). Dessa forma, utilizar-se-ia a ideia intuitiva de integral, por meio da soma construída.

Todavia, nesta atividade, poderiam ser explorados outros temas que ajudassem na motivação de investigação que excedem o problema de encontrar o custo de fabricação de uma lombada. Sugerimos que seja discutido com os estudantes a respeito da importância das lombadas nas vias de trânsitos, recorde que, a ideia de estudar sobre o tema da atividade surgiu através do relatado, de uma estudante, sobre a urgência em instalar uma lombada na rua onde mora, para diminuir os riscos de acidentes. Assim, poderiam surgir questionamentos, que vão além das legislações de trânsito, de modo que se referissem às irregularidades nas construções de uma lombada, às sinalizações de aviso, aos possíveis acidentes que ocorram devido à falta dessas sinalizações, aos impactos ambientais e as prováveis soluções para essas questões levantadas.

De modo mais específico, na matéria “Lombadas: o Brasil está doente” de Sharp (2020), tem-se o relato de um acidente causado por um veículo que estava em velocidade acima do permitido, ao passar por uma lombada, possivelmente pela falta de sinalização adequada. Sendo assim, na sala de aula, poderíamos propor o seguinte problema: considerando a necessidade de uma boa sinalização ao instalar a lombada em uma via pública, quantos metros de distância precisa haver entre a lombada e a sinalização, para que o veículo consiga reduzir a sua velocidade com segurança aos passageiros? Esse estudo poderia ser feito, nas aulas de CDI I, por exemplo, por meio do estudo da velocidade como taxa de variação do movimento do veículo.

Por fim, sinalizamos que na literatura há uma carência de estudos (e materiais didáticos) que explorem os conteúdos de Cálculo Diferencial e Integral por meio das Tendências em Educação Matemática. Para conhecer mais sobre outras atividades que abordam as funções de duas variáveis por meio da Modelagem Matemática, indicamos o trabalho de Vidotti (2019), em que foram explorados temas como "capacidade de um copo", "latinhas de alumínio" e a "laranja". Em relação a outras atividades que apresentam funções de apenas uma variável por meio da Modelagem Matemática apontamos o trabalho de Melo e Franco (2018) que investiga "o volume de uma maçã" e de Almeida (2018) que em sua monografia investiga a temática "área da superfície de uma laranja".

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, K. M. A. **Modelagem Matemática como estratégia metodológica para o ensino de integral definida**. 2018. 91 fl. Monografia (Curso de Licenciatura em Matemática) – Centro de Educação e Saúde / UFCG, 2018.

BARBOSA, J. C.; SANTOS, M. A. Modelagem Matemática, perspectivas e discussões. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 9, 2007, Belo Horizonte. **Anais [...]**. Recife: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2007.

BARSOV, V. Speed bump and warning signs in Bloomington, IN. **Wikimedia Commons**. Bloomington. 1 de março de 2012. Disponível em: https://commons.wikimedia.org/wiki/File:SpeedBump.JPG. Acesso em agosto de 2022.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática:** uma nova estratégia. São Paulo: Contexto, 2013.

BATISTA, P. Lombada eletrônica completa 28 anos e especialista esclarece as principais dúvidas do público sobre o funcionamento. **Portal do Trânsito e Mobilidade**. 2020. Disponível em: https://www.portaldotransito.com.br/noticias/lombada-eletronica-completa-28-anos-e-especialista-esclarece-as-principais-duvidas-do-publico-sobre-o-funcionamento/. Acesso em agosto de 2022.

BRASIL. **LEI Nº 9.503, DE 23 DE SETEMBRO DE 1997**. Código de Trânsito Brasileiro. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/l9503compilado.htm. Acesso em agosto de 2022.

BRASIL. **RESOLUÇÃO Nº 600, DE 24 DE MAIO DE 2016** – CONTRAN, 2016. Disponível em https://www.in.gov.br/materia/-/asset_publisher/Kujrw0TZC2Mb/content/id/22921408/do1-2016-05-27-resolucao-n-600-de-24-de-maio-de-2016-22921310. Acesso em agosto de 2022.

BRASIL. Registro Nacional de Acidentes e Estatísticas de Trânsito. **Ministério da Infraestrutura**. 2022. Disponível em: https://www.gov.br/infraestrutura/pt-br/assuntos/transito/arquivos-senatran/docs/renaest. Acesso em agosto de 2022.

BRAUMANN, C. A. Divagações sobre investigação matemática e o seu papel na aprendizagem da matemática. In: Ponte, João Pedro; Costa, C. **Anais do XI Encontro de Investigação em Educação Matemática**. Coimbra, 2002.

CHADWICK, N. Sleeping policemen. **Wikimedia Commons**. Crockham Hill. 12 de setembro de 2009. Disponível em: https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Sleeping_policemen,_Smith%27s_Lane,_Crockham_Hill_-_geograph.org.uk_-_1501651.jpg. Acesso em agosto de 2022.

HORN, M. É verdade que só existem quebra-molas no Brasil? **Quora.** 2019. Disponivel em: https://pt.quora.com/%C3%89-verdade-que-s%C3%B3-existem-quebra-molas-no-Brasil. Acesso em agosto de 2022.

MELO, I. R. S.; FRANCO, C. M. R. “A maçã do professor”: Explorando o cálculo do volume de uma maçã em aulas de Modelagem Matemática. In: Encontro Paraibano de Educação Matemática, 2018, Cajazeiras - PB. **Anais EPBEM**. Campina Grande - PB: Realize Eventos, 2018.

MOURA, L. Primeira lombada ecológica feita de pneus é instalada em avenida de Teresina. **G1 Piauí**. 2020. Disponível em: https://g1.globo.com/pi/piaui/noticia/2020/01/24/primeira-lombada-ecologica-feita-de-pneus-e-instalada-em-avenida-de-teresina.ghtml. Acesso em agosto de 2022.

POLIDO, P. P. de S.; MEDEIROS, M. A. de O.; VIDOTTI, D. B. Modelagem Matemática na disciplina de Cálculo II: um estudo sobre a construção de uma lombada. In: CONFERÊNCIA NACIONAL SOBRE MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 10, 2017, Maringá, **Anais [...]**. Maringá: UEM, 2017.

SHARP, B. Lombadas: o Brasil está doente. **Autoentusiastas**. 2020. Disponível em: https://autoentusiastas.com.br/2016/06/lombadas-brasil-esta-doente/. Acesso em agosto de 2022.

SILVA JÚNIOR, J. S. da. Lombadas eletrônicas. **Mundo Educação**. Disponível em: https://mundoeducacao.uol.com.br/fisica/lombadas-eletronicas.htm. Acesso em agosto de 2022.

TERESINA, Prefeitura Municipal de. Teresina terá a primeira lombada ecológica. **STRANS –** Superintendência Municipal de Transportes e Trânsito. 2020. Disponível em: https://strans.pmt.pi.gov.br/2020/01/22/teresina-tera-a-primeira-lombada-ecologica/. Acesso em agosto de 2022.

THOMAS, G. B. **Cálculo**, v.2, 11 ed., São Paulo: Pearson Education do Brasil, 2009.

VIDOTTI, D. B. **Potencialidades da modelagem matemática e da análise de erros para o ensino e a aprendizagem de cálculo diferencial e integral em várias variáveis**. 2019. Tese (Doutorado em Educação para a Ciência e a Matemática) - Centro de Ciências Exatas, Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2019.

14

XÔ, DEPRESSÃO

Michele Carvalho de Barros[1]
Priscila Amara Patricio de Melo[2]
https://doi.org/10.54176/WSNC8835

A PÍLULA DA FELICIDADE

A procura pela felicidade é um dos combustíveis que move as pessoas. Todos, de alguma forma, buscam por uma realização pessoal e/ou profissional. Contudo, ao longo do caminho passamos por várias situações que nos deixam tristes, seja a perda de um emprego, de um ente querido ou de um grande amor. Diante de uma dessas situações, como saber se a tristeza, é na verdade um quadro de depressão?

A tristeza é um sentimento normal, decorrente de algum acontecimento específico, que dura por alguns dias e não afeta a produtividade do indivíduo. No caso da depressão, a tristeza não passa e afeta tarefas simples do cotidiano como comer, trabalhar, dormir, estudar e se relacionar socialmente. Sem uma intervenção adequada, a depressão pode durar meses ou anos. No entanto, com a ajuda de um profissional, que geralmente combina o uso de medicação com terapia, a maioria dos casos tem cura (PFIZER, 2019).

Durante o tratamento, um dos medicamentos indicados é o Prozac® nome comercial do cloridrato de fluoxetina[3], também co-

1. Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR), campus Campo Mourão.

2. Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR), campus Campo Mourão. Universidade Estadual de Maringá – Doutoranda do PCM.

3. No texto usaremos o termo fluoxetina para nos referir ao cloridrato de fluoxetina.

nhecido como pílula da felicidade, pois aumenta os níveis de serotonina no cérebro, o que resulta na melhora dos sintomas causados pela depressão.

Este medicamento é um inibidor seletivo da recaptação de serotonina, de posologia fácil e efeitos colaterais mais leves, podendo ser ministrados em pessoas de qualquer faixa etária (NETO, 2021). A bula do Prozac®, indica para o tratamento da depressão uma dose de 20mg/dia ou segundo prescrição médica. Como a meia-vida[4] da fluoxetina é de 4 a 6 dias, uma pessoa que precisa fazer uso deste medicamento por um certo período, quando tomar uma dose ainda vai ter uma quantidade restante da(s) dose(s) anterior(es). De posse dessas informações nos perguntamos: qual seria a concentração da fluoxetina do organismo de uma pessoa que faz uso contínuo desde medicamento?

Nos reportamos ao contexto da Modelagem Matemática para responder este questionamento e, para tanto, apresentamos neste capítulo, o desenvolvimento de uma atividade de Modelagem Matemática desenvolvida com estudantes de cursos de Engenharias de uma universidade pública do estado do Paraná com a temática: depressão.

Esta investigação já foi discutida em Barros, Melo e Kato (2019), sob o olhar dos registros de representação semiótica de Duval (1993), no entanto, nesse texto vamos apenas descrevê-la, sem nos remetermos à esse referencial teórico com o objetivo de trazermos elementos que contribuem no processo de ensino e de aprendizagem de conceitos matemáticos no Ensino Superior.

Esta atividade foi idealizada por Almeida, Silva e Vertuan (2012, p.128), em que eles propõem analisar a concentração de fluoxetina no organismo de um paciente em dois tipos de tratamento:

Tratamento 1: o paciente precisa tomar apenas um comprimido.

Tratamento 2: o paciente precisa tomar um comprimido a cada cinco dias, por um período indefinido.

4. Tempo necessário para que a concentração de uma substância no organismo seja reduzida para metade.

A experiência foi desenvolvida como parte inicial de um projeto no qual os alunos deveriam fazer um estudo de uma situação do cotidiano ou de outras áreas do conhecimento por meio da Matemática.

Assim, um dos seus objetivos era propiciar aos estudantes um primeiro contato com uma atividade de Modelagem Matemática, instigá-los a levantar hipóteses, pensar em estratégias de resoluções, usar as ferramentas matemáticas adequadas e analisar as soluções obtidas em relação ao problema proposto.

Neste contexto, convidamos você, leitor, a se aventurar pelo fantástico mundo da Matemática e a observar seu uso na tentativa de explicar os fenômenos que nos rodeiam, e principalmente, deslumbrar-se com o papel da Modelagem Matemática neste processo e como uma simples mudança na pergunta pode suscitar a aplicação de diferentes conceitos matemáticos.

PRECISO TOMAR UM REMÉDIO, E AGORA?

No caso da atividade a ser relatada nesse capítulo, o convite para analisar a situação se deu por meio de uma conversa sobre a diferença entre tristeza e depressão, na qual os estudantes comentaram sobre quais circunstâncias se sentem tristes e sobre os casos de depressão vivenciados por eles e por conhecidos.

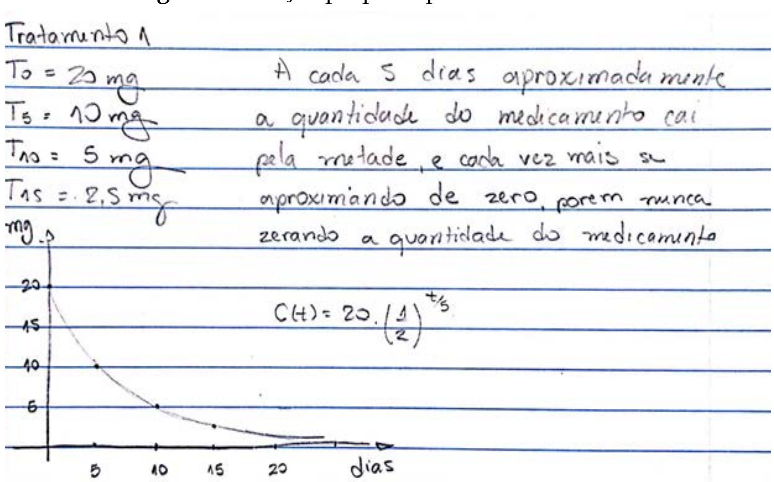
Aproveitando o envolvimento dos participantes com o tema, foi apresentado um texto com algumas informações sobre a depressão, tais como, sinais de alerta, a necessidade de procurar ajuda profissional, tratamento e informações sobre o medicamento Prozac® como a quantidade de fluoxetina em um comprimido (20mg) e sua meia-vida (4 a 6 dias).

Após, o diálogo foi retomado tendo como foco o uso de medicamentos para o tratamento da depressão, alguns participantes relataram sobre alguns efeitos colaterais e a necessidade de ajustar a dose durante o início do tratamento. A partir da leitura da obra de Almeida, Silva e Vertuan (2012, p.128), as autoras convidaram aos alunos a analisarem a concentração de fluoxetina no organismo de uma pessoa nos dois tratamentos supracitados.

Para o Tratamento 1: o paciente precisa tomar apenas um comprimido, os estudantes tomaram como hipótese que a quantidade do medicamento no organismo iria decrescer com o passar do tempo.

Assim, assumindo a meia vida da fluoxetina como 5 dias, os alunos fizeram uma tabela que apresentava os dias (de 5 em 5 dias) e as respectivas quantidades de medicação. Usando estes dados, esboçaram um gráfico tendo como eixos coordenados os dias e a quantidade de fluoxetina em miligramas, conforme ilustra a Figura 1.

Figura 1: Solução proposta para o Tratamento 1



Fonte: Barros, Melo e Kato, (2019, p. 9)

Para determinar a lei de formação da função *C* (Figura 1), os alunos utilizaram a fórmula de recorrência apresentada na Tabela 1, fazendo a mudança da variável auxiliar *n* para a variável *t*, obtendo a função , para mesma solução sugerida por Almeida, Silva e Vertuan (2012).

Tabela1: Concentração de fluoxetina para o Tratamento 1

n (variável auxiliar)	t (tempo em dias)	C (concentração de fluoxetina)
0	0	20
1	5	$10 = \frac{20}{2}$
2	10	$5 = \frac{10}{2} = \frac{20}{2^2}$
3	15	$2{,}5 = \frac{5}{2} = \frac{10}{2^2} = \frac{20}{2^3}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
n	5n	$\frac{20}{2^n}$

Fonte: adaptado de Almeida, Silva e Vertuan (2012, p. 219)

Utilizando a função *C*, podemos explorar o conceito de limite no infinito e de assíntota horizontal, para mostrar que quando o tempo tende ao infinito a quantidade de medicamento tende a zero.

$$\lim_{t\to\infty} 20\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{5}} = 0,$$

ou seja, a função *C* possui uma assíntota horizontal em *y=0,* o que possibilitou que os estudantes afirmassem que "a quantidade de medicamento nunca será zero", pois não existe um valor de *t,* tal que *C(t)* seja zero.

Contudo, por exemplo, se quisermos saber quanto tempo leva para a quantidade de medicamento no organismo ser de 0,1mg, basta resolver a equação (1):

$$20\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{5}} = 0,1 \Rightarrow t \simeq 38, \qquad (1)$$

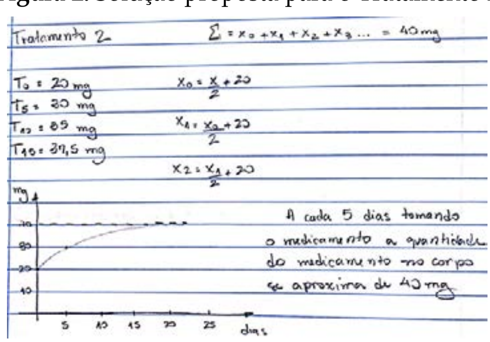
obtendo um tempo aproximado de 38 dias.

Em relação ao problema estudado, em um determinado momento a quantidade de fluoxetina será tão pequena que não agirá mais no organismo da pessoa, sendo possível considerá-la zero.

Para o Tratamento 2: o paciente precisa tomar um comprimido a cada cinco dias, por um período indefinido, a primeira hipótese assumida foi a de que a concentração de fluoxetina iria aumentar (sem limite) com o tempo. Depois, analisando o fato de que alguns colegas faziam uso contínuo de medicamentos, os alunos levantaram a hipótese que quantidade de medicamento iria se estabilizar com o passar dos dias.

Um dos grupos relacionou os dias das doses (a cada 5 dias) com a quantidade de fluoxetina e representou estes dados em um gráfico (Figura 2), utilizando destas informações, verificaram que a quantidade de medicamento no organismo se aproxima de 40 mg com o passar do tempo.

Figura 2: Solução proposta para o Tratamento 2



Fonte: Barros, Melo e Kato, (2019, p. 11)

Na Figura 2 vemos que os alunos tentaram representar a situação utilizando uma série numérica, contudo, de forma equivocada, somaram as quantidades de medicamento de cada dose e não utilizaram estes dados para determinar o termo geral da série. Este conceito poderia ser utilizado caso a pergunta fosse reformulada da seguinte forma: qual a concentração máxima de fluoxetina no organismo de um paciente após ele ingerir *n* doses?

Esta mudança se faz necessária pois o conceito de série utiliza variáveis discretas e na pergunta original a quantidade de fluoxetina era dada em relação ao tempo, que é uma variável contínua. Fazendo esta modificação, podemos relacionar o número de doses (2) administradas com a concentração de fluoxetina, conforme ilustra a Tabela 2.

Tabela 2:
Concentração de fluoxetina para o Tratamento 2 em relação ao número de doses

n (n° de doses)	C (concentração de fluoxetina)
1	20
2	$30 = 20 + \frac{20}{2}$
3	$35 = 20 + \frac{20}{2} + \frac{20}{4}$
4	$37,5 = 20 + \frac{20}{2} + \frac{20}{4} + \frac{20}{8}$
⋮	⋮
n	$20 + \frac{20}{2} + \frac{20}{2^2} + \frac{20}{2^3} + \cdots + \frac{20}{2^{n-1}}$

Fonte: elaborado pelas autoras

Observando os dados Tabela 2 vemos que a concentração na n-ésima dose pode ser escrita como a série:

$$\sum_{n=1}^{\infty} 20\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = 20 + \frac{20}{2} + \frac{20}{2^2} + \frac{20}{2^3} + \cdots + \frac{20}{2^{n-1}} + \cdots$$

A série (2) é uma série geométrica com razão (r) igual a 1/2 e primeiro termo (a) igual 20. Como , a série converge e sua soma é dada por:

$$S = \frac{a}{1-r} = \frac{20}{1-\frac{1}{2}} = 40$$

Desta forma, a concentração de fluoxetina quando o número de dose tende ao infinito é igual a 40mg, mesma solução que os alunos chegaram utilizando a tabela de dados e o gráfico representados na Figura 2.

Outra forma de analisar a situação proposta é determinar a função esboçada no gráfico da Figura 2, para isso utilizamos a fórmula de recorrência ilustrada na Tabela 3.

Tabela 3: Concentração de fluoxetina para o Tratamento 2 em relação ao tempo

n (variável auxiliar)	t (tempo em dias)	C (concentração de fluoxetina)
0	0	20
1	5	$30 = 20 + \frac{20}{2} = 20\left(\frac{3}{2}\right) = 20\left(\frac{2^2-1}{2}\right)$
2	10	$35 = 20 + \frac{20}{2} + \frac{20}{4} = 20\left(\frac{7}{4}\right) = 20\left(\frac{2^3-1}{2^2}\right)$
3	15	$37,5 = 20 + \frac{20}{2} + \frac{20}{4} + \frac{20}{8} = 20\left(\frac{15}{8}\right) = 20\left(\frac{2^4-1}{2^3}\right)$
⋮	⋮	⋮
n	5n	$20 + \frac{20}{2} + \frac{20}{4} + \frac{20}{8} + \cdots + \frac{20}{2^n} = 20\left(\frac{2^{n+1}-1}{2^n}\right)$

Fonte: elaborado pelas autoras

Assim, temos que

$$\boldsymbol{C(n) = 20\left(\frac{2^{n+1}-1}{2^n}\right) = 20\left(2-\left(\frac{1}{2}\right)^n\right),} \qquad (3)$$

fazendo a mudança para a variável *t* em (3), obtemos a função:

$$C(t) = 20\left(2-\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{5}}\right), t \geq 0,$$

que modela o fenômeno estudado.

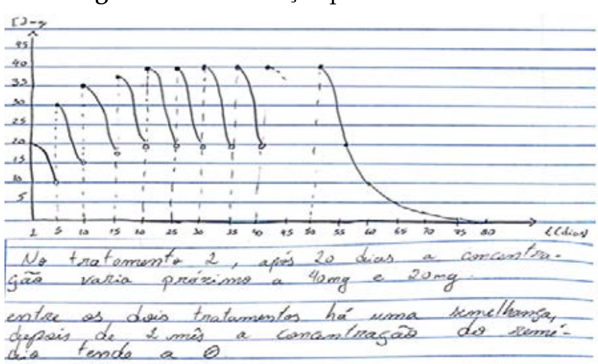
De forma análoga ao Tratamento 1, podemos aplicar o conceito de limite no infinito para determinar a concentração do medicamento com o passar do tempo

$$\boldsymbol{\lim_{t\to\infty} 20\left(2-\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{5}}\right) = 20(2-0) = 40,}$$

obtendo com resposta 40mg.

Contudo, a resposta de que a quantidade de medicamento no organismo se aproxima de 40 mg, nas diferentes formas de resolução apresentadas, refere-se a quantidade máxima de medicamento no organismo de um paciente, e portanto, não representa de forma adequada a situação proposta no Tratamento 2, pois entre uma dose e outra a quantidade de fluoxetina diminui, o que foi percebido por um grupo de alunos (Figura 3).

Figura 3: Outra solução para o Tratamento 2



Fonte: Barros, Melo e Kato, (2019, p. 12)

Os estudantes verificaram que com o passar do tempo a quantidade de fluoxetina no organismo oscila entre 20 mg e 40 mg, para isso representaram graficamente a situação, porém, sem conseguir determinar a função representada no gráfico, alegando que era necessário existir uma função que "pula".

Aproveitando a situação, retomamos o conceito de função maior inteiro, que estabelece que, se *t* é um número real, definimos, no qual *n* é o maior inteiro tal que , ou seja, *n* é o primeiro inteiro à esquerda de *t*, ou igual a *t.* A Tabela 4 ilustra a relação de recorrência para a função *C* definida como uma função maior inteiro.

Tabela 4: Função maior inteiro para a concentração de fluoxetina

t (tempo em dias)	**C** (concentração de fluoxetina)
0	$20 = 20\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{0}{5}}\left(2^{\left[\left[\frac{0}{5}\right]\right]+1}-1\right) = 20\left(\frac{1}{2}\right)^{0}(2^{0+1}-1)$
1	$20\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{5}}\left(2^{\left[\left[\frac{1}{5}\right]\right]+1}-1\right) = 20\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{5}}(2^{0+1}-1)$
2	$20\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{2}{5}}\left(2^{\left[\left[\frac{2}{5}\right]\right]+1}-1\right) = 20\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{2}{5}}(2^{0+1}-1)$
$\vdots$	$\vdots$
5	$30 = 20\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{5}{5}}\left(2^{\left[\left[\frac{5}{5}\right]\right]+1}-1\right) = 20\left(\frac{1}{2}\right)^{1}(2^{1+1}-1)$
6	$20\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{6}{5}}\left(2^{\left[\left[\frac{6}{5}\right]\right]+1}-1\right) = 20\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{6}{5}}(2^{1+1}-1)$
$\vdots$	$\vdots$
t	$20\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{5}}\left(2^{\left[\left[\frac{t}{5}\right]\right]+1}-1\right)$

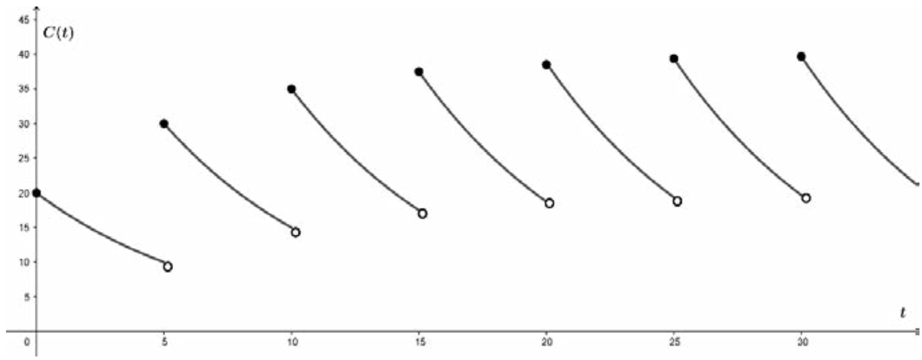
Fonte: elaborado pelas autoras

Assim, obtemos a função

$$C(t) = 20\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{5}}\left(2^{\left[\left[\frac{t}{5}\right]\right]+1}-1\right), t \geq 0,$$

que representa de forma mais adequada o fenômeno analisado. Seu gráfico está ilustrado na Figura 4, observe que, a concavidade da função *C* entre uma dose e outra é voltada para cima e não para baixo, como esboçado pelos estudantes.

Figura 4: Concentração de fluoxetina no Tratamento 2



Fonte: elaborado pelas autoras com o auxílio do software GeoGebra

Os alunos, deste grupo, também apontaram semelhança entre as duas situações propostas, pois no Tratamento 2, se o paciente para de tomar a medicação a quantidade de fluoxetina tende a zero após aproximadamente um mês, o que se aproxima da solução apresentada no Tratamento 1.

Apesar da similaridade dos tratamentos, quando o paciente para de tomar a medicação, a forma de olhar para cada situação proposta, bem como as ferramentas matemáticas utilizadas foram distintas. Observem que, embora os dois tratamentos originem-se da posologia de um medicamento, cada um indica um uso diferente, esta mudança, bem como as demais mudanças, na pergunta a ser respondida, sugeridas ao longo texto, apesar de simples, implicaram na formulação de diferentes hipóteses e suscitaram o uso de diferentes conceitos matemáticos.

CONVERSA COM QUEM GOSTA DE MODELAGEM MATEMÁTICA

E aí, ficou surpreso com a quantidade de matemática que tem no medicamento que você toma? De como a Matemática é importante para outras áreas do conhecimento? Quando tomamos um remédio, na maioria das vezes, não paramos para pensar qual a concentração do seu princípio ativo e por quanto tempo ele permanecerá no nosso organismo.

Estas informações são importantes, não só no sentido de conhecimento, mas também para evitarmos uma overdose, a alteração ou diminuição do efeito do remédio ministrado quando utilizado concomitante com outras substâncias, como o álcool, que pode alterar o metabolismo, os efeitos da medicação e do próprio álcool.

A atividade de Modelagem Matemática descrita neste capítulo apresentou possibilidades de aplicação de conceitos matemáticos na compreensão de uma situação cotidiana, o uso de um medicamento, para a qual propusemos dois tipos de posologia: Tratamento 1 e Tratamento 2, a cada situação analisada e toda vez que reformulávamos a pergunta a ser respondida exploramos diferentes conceitos matemáticos: funções exponenciais crescente e decrescente, função maior inteiro, séries e limites.

Neste estudo, utilizamos o medicamento Prozac®, mas poderíamos propor o problema com qualquer outra droga, como analgésicos, anti-inflamatório ou até mesmo elementos radioativos, que também utiliza o conceito de meia vida.

Observe que esta problemática derivou da discussão de um tema mais amplo: a doença psiquiátrica depressão. A depressão, como já citado, interfere na capacidade de trabalhar, estudar, comer, dormir e aproveitar a vida. Este transtorno, se não tratado de forma correta, pode causar grande sofrimento ao indivíduo, podendo levá-lo ao suicídio.

Segundo a Organização Pan-Americana de Saúde (OPAS, 2022), o relatório mundial de saúde mental da Organização Mundial da Saúde (OMS) relata que, em 2019, quase um bilhão de pessoas sofriam com algum transtorno mental e uma a cada cem mortes teve como causa o suicídio. Além disso, os casos de depressão e ansiedade tiveram um aumento de quase 25% no primeiro ano da pandemia de COVID-19.

Deste modo, é necessário que estes temas sejam discutidos pela sociedade, tanto para orientar possíveis pacientes quanto para combater o preconceito que os rodeiam. Diante disso, várias entidades promovem campanhas com objetivo de fazer as pessoas pensarem sobre estes assuntos, como por exemplo, o janeiro branco e o setembro amarelo.

O janeiro branco (janeirobranco.com.br) tem como objetivo chamar a atenção da população para as questões e as necessidades relacionadas à saúde mental e emocional. Com o slogan: saúde mental o ano todo, a campanha usa o mês de janeiro para convidar as pessoas a refletirem sobre suas emoções, vida e questões existências, pois normalmente é no início de um novo ano que nos sentimos esperançosos e inspirados a mudanças de vida.

O setembro amarelo (setembroamarelo.com) é o mês dedicado a prevenção do suicídio. Segundo informações do site, baseadas em uma pesquisa de Organização Mundial da Saúde – OMS, em 2019, em média 38 pessoas no Brasil, cometeram suicídio por dia. Como, a grande maioria dos casos estavam relacionados às doenças mentais que não foram diagnosticas ou tratadas corretamente, muitos poderiam ter sido evitados se o indivíduo tivesse tido acesso a um tratamento psiquiátrico adequado e informação de qualidade.

No Brasil, é possível fazer o tratamento para depressão de forma gratuita através do Sistema Único de Sáude (SUS), para isso é preciso procurar uma Unidade Básica de Saúde (UBS) e esta, caso seja necessário, faz o encaminhamento para um Centro de Atenção Psicossocial (CAPS). Esses centros são responsáveis por cuidar dos casos moderados e graves de depressão pois contam com equipes multiprofissionais que empregam diferentes ações e estratégias de acolhimento.

Portanto, se você, leitor, é professor, convidamos a refletir sobre a importância de ações que visam abordar temas como depressão e saúde mental em suas instituições de ensino e, principalmente, combater o preconceito a eles relacionado. Nos sites citados, há informações, materiais para download, cartilhas, entre outros. Por ser um tema bastante delicado, que precisa ser direcionado de forma adequada, sugerimos ações em parceria com profissionais da saúde, que podem fazer palestras e participarem da organização das atividades a serem desenvolvidas com os estudantes.

Agora, se você se identificou com os sintomas de um possível quadro de depressão, já chegou a considerar o suicídio, BUSQUE AJUDA!!! É extremamente importante que pessoas que estão em crise procure atendimento psicológico e/ou psiquiátrico, além do apoio da família e dos amigos.

Para isso, é essencial que você fale como está se sentido, o Centro de Valorização da Vida (www.cvv.org.br) é um projeto que realiza apoio emocional e prevenção do suicídio, atendendo de forma voluntária e gratuita todos que querem e necessitam conversar.

Se você tem entre 13 a 24 anos, no canal Pode Falar (www.podefalar.org.br), você encontra conteúdos sobre cuidados com você, como ajudar outras pessoas, depoimentos de pessoas que passaram por situações difíceis (e pode deixar o seu depoimento) e também um espaço de acolhimento individual, no qual você pode entrar em contato com instituições que atendem ao serviço de acolhimento e escuta ativa.

E por fim, apesar da formação das autoras não ser na área da saúde mental, apoiadas no ditado popular: "canja de galinha não faz mal a ninguém", deixamos algumas dicas que podem ajudar a termos uma vida mais leve: converse com sua família, saia com seus amigos, reverse um tempo para você, pratique exercícios físicos, faça yoga, cozinhe, permita-se de vez em quando comer algo gostoso, mesmo que muito calórico (você já fez exercícios mesmo), cante, brinque, abrace, ame, sorria, busque ajuda sempre que necessário afinal, quando não estamos bem de saúde seja física ou mental todo carinho e apoio são bem-vindos e principalmente, nunca se esqueça: todas as vidas importam, em especial, a sua.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, L. M. W. de.; SILVA, K. P.; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na educação básica**. São Paulo: Contexto, 2012.

BARROS, M. C., MELO, P. A. P. KATO, L. A. **O uso do registro gráfico em uma atividade de Modelagem Matemática.** In: XI Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática. 2019. Belo Horizonte. Anais. Disponível em: http://eventos.sbem.com.br/index.php/cnmem/2019/paper/viewFile/830/964. Acesso em 20 de agosto de 2022.

DUVAL, R. **Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée**. Annales de Didactique et Sciences Cognitives, IREM-ULP, v. 5, p.37-65, Strasbourg, 1993.

NETO, L. G. **"Pílula da felicidade":** síntese e legado da Fluoxetina. Monografia. Universidade Estadual Paulista (UNESP). Instituto de Química de Araraquara, 2021.

OPAS. Organização Pan-Americana de Saúde. Notícias: **OMS destaca necessidade urgente de transformar saúde mental e atenção**. 2022. Disponível em: https://www.paho.org/pt/noticias/17-6-2022-oms-destaca-necessidade-urgente-transformar-saude-mental-e-atencao. Acesso em 28 de agosto de 2022.

PFIZER. Laboratórios Pfizer Ltda. Notícias: **saiba quais são as diferenças entre depressão e tristeza**. 2019. Disponível em https://www.pfizer.com.br/noticias/ultimas-noticias/diferencas-entre-depressao-e-tristeza. Acesso em 20 de agosto de 2022.

SUMÁRIO

15

TRÊS MINUTOS E PRONTO: SABOR GALINHA E ESTATÍSTICA

Wellington Piveta Oliveira[1]
https://doi.org/10.54176/CXSQ4908

SABOR DE MACARRÃO INSTANTÂNEO E ESTATÍSTICA

De diferentes marcas e sabores, na correria do dia a dia, seja pela falta de tempo para preparar uma refeição, por opção ou até mesmo por uma questão financeira, uma porção de macarrão instantâneo se torna um prato principal para muitos estudantes. Como aprender, independente do contexto, pressupõe interesse e familiaridade com o assunto, o macarrão instantâneo foi escolhido como tema de exploração na disciplina Estatística, por meio da Modelagem Matemática e, nesse capítulo, vou te contar um pouco mais sobre essa experiência.

Desenvolver uma prática de ensino utilizando os pressupostos da Modelagem Matemática como orientação para abordagem de conceitos de outras áreas do conhecimento é diferente de, por exemplo, explanar o conteúdo, seguido de exemplos e listas de atividades. Seja lá qual for o contexto, ao utilizar a Modelagem Matemática, um leque de oportunidades se abre na medida em que se propõe a problematização e investigação de um tema não essencialmente matemático (BARBOSA, 2004).

1. Universidade Estadual do Paraná (UNESPAR), campus Paranavaí. Universidade Cesumar (UNICESUMAR), Maringá.

Em linhas gerais, essa aproximação com o tema gera a produção de saberes e integra conhecimentos de diferentes áreas, visando a construção de representações que, de algum modo, nos permitem descrever, explorar e fazer projeções sobre diferentes dados que nos circundam, inclusive, sobre temas como a tal galinha. Certamente, você deve estar se perguntando: *mas o que galinha tem a ver com isso?* Bom, apesar da indicação no primeiro parágrafo, foi de uma experiência com Modelagem Matemática que surgiu a tal galinha.

A grade curricular do curso de Administração de Empresas da Universidade Estadual do Paraná (UNESPAR) do campus de Paranavaí, contempla a disciplina Estatística I que aborda, entre outros conceitos, os da Estatística Descritiva. Os conceitos preliminares envolvem séries estatísticas, população, amostra, tipos de variáveis, representação tabular e gráfica para variáveis qualitativas e quantitativas, tabelas estatísticas, gráficos em: colunas, barras, setores, curvas, histograma e polígonos de frequência.

No ano de 2022, para abordar alguns desses conceitos, considerei a possibilidade de desenvolver uma prática que combinasse autonomia, criatividade e flexibilidade de pensamento e a Modelagem Matemática mostrou-se como uma excelente estratégia para constituir um ambiente em que os estudantes pudessem aprender sobre conceitos elementares de Estatística Descritiva.

Para realizar a experiência, os estudantes se organizaram em grupos e durante seis horas-aulas eles desenvolveram a investigação e apresentaram aos colegas os estudos por eles realizados. A proposta foi guiada pelo seguinte questionamento: **Na nossa pesquisa o que varia é...?** Nesse contexto, cada um dos grupos definiu um tema de pesquisa identificando a variável que seria investigada e fazendo a sua classificação conforme a intenção de pesquisa que idealizaram realizar. Foi acordado que para responder a essa pergunta, o banco de dados deveria ser analisado. Além disso, eles foram orientados que buscassem modos pelos quais pudessem descrever e apresentar os dados da pesquisa aos demais colegas.

Tinha-se como objetivo que os estudantes estudassem sobre os elementos que estruturam as tabelas e gráficos como instrumentos para a descrição de dados. Assim, cada grupo deveria, considerando o seu conjunto de dados, encontrar a melhor forma de apresentá-los aos colegas respeitando, por exemplo, itens que abarcados na construção de tabelas como, título, cabeçalho, coluna indicadora, linhas e colunas (des)necessárias, fontes, entre outros. Um dos argumentos foi: *imagine que você está na empresa e precisa compartilhar esses dados em uma reunião de trabalho com a equipe. Como você faria essa apresenta*ção, sabendo que a sua chefe é exigente*?*

Como orientação também sugeri que esquematizassem, em um relatório por escrito, todos os passos dados em cada etapa de realização da pesquisa, desde as tomadas de decisões quando realizada a proposição da atividade até os resultados alcançados. Dado o *start* nessa atividade, cada grupo pesquisou sobre uma temática diferente como, por exemplo, considerando os colegas da turma como população, os temas foram: animais domésticos que possuía; tipo de transporte utilizado para deslocamento até a universidade; estudantes que realizavam estágio remunerado; sexo predominante; e, sabor de macarrão instantâneo.

Entendo que a pluralidade de temas esteve relacionada as possibilidades que cada grupo encontrou para explorar os conceitos em Estatística associando-os aos seus interesses naquele momento, afinal, ninguém se sujeita a pesquisar aquilo que não lhes interessa, não é mesmo?!

Vale destacar que, durante essa experiência, fui acompanhando o desenvolvimento da atividade em cada grupo, intervindo, sugerindo e orientando na realização da tarefa. Agora que você já conheceu um pouco do contexto, vou lhe apresentar como foi que o grupo de estudantes que escolheu pesquisar sobre o sabor de macarrão instantâneo desenvolveu a pesquisa e o modo como eles escolheram apresentar os seus dados. Mas, antes, me veio uma reflexão:

será que em algum lugar, o macarrão instantâneo já foi tema de alguma prática no curso de Administração? Pois é, é a Modelagem Matemática oferecendo outros caminhos para o trabalho em sala de aula. Quer conhecer o caminho que esse grupo trilhou? Então, vem comigo.

GALINHA É MELHOR QUE BACON: TRÊS MINUTOS E ESTÁ PRONTO!

Eu não sei você, mas eu já vou discordar porque eu prefiro bacon. Essa é a questão, em Estatística, eu estaria no banco de dados, mas não representando o sabor mais frequente pela população que participou da pesquisa. Esse foi um dos temas que ampliou horizontes de discussão para as próximas aulas envolvendo conceitos como, distribuição de frequências com intervalo de classes, mas esse é assunto para outro momento.

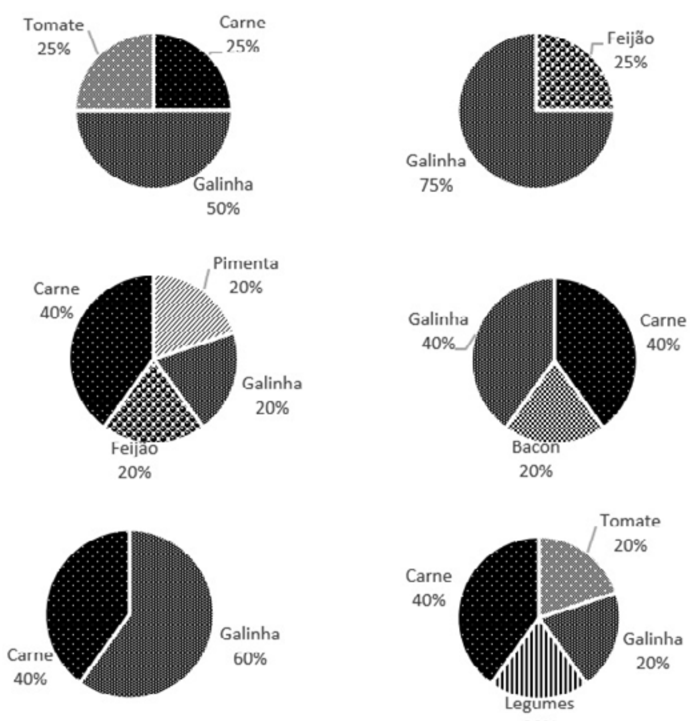
Pois bem, entre uma conversa e outra, negociando o que o grupo composto por quatro estudantes iria pesquisar, eles buscaram por um tema que pudesse envolver os seus colegas de turma, já que optaram por realizar a pesquisa na própria sala de aula. Entre um tema e outro, foi consenso para o grupo a escolha do tema, sabor do macarrão instantâneo, porque para eles, esse tema envolveria todos os estudantes da turma já que, geralmente, pela faixa etária dos estudantes, esse é um "prato típico" no meio universitário.

Tomada essa decisão, dois estudantes se propuseram a coletar as informações nos demais grupos da turma que estavam trabalhando, pesquisando e também definindo as suas pesquisas. Com protocolos em mãos, a pergunta que faziam aos colegas era: *Qual o sabor de macarrão instantâneo você prefere?*. Reuniram os dados e ao retornar para o grupo, discutiram sobre a organização deles, conjecturando formas de apresentá-los. Mas antes, se atentaram ao questionamento: **Na nossa pesquisa o que varia é...?**, concluindo que seria o sabor do macarrão instantâneo e em função das respostas, que a variável seria qualitativa nominal, pois conforme o registro no relatório do grupo: *"em um primeiro momento, na coleta de dados a variável se apresenta como qualitativa nominal"*.

No grupo, a discussão sobre *o que* e *como* representar os dados se aproximou de etapas da Modelagem Matemática sugeridas como procedimentos que simplificam e traduzem um conjunto de informações (qualitativas e quantitativas) em linguagem matemática. Fazendo algumas escolhas, num primeiro momento, o grupo organizou os dados "brutos", conforme a Figura 1, da seguinte forma:

Figura 1 – Representações utilizadas pelo grupo para apresentar a pesquisa sobre a preferência de sabor do macarrão instantâneo por estudantes do 2º ano de Administração da UNESPAR (2022).

Grupo 1	Grupo 2	Grupo 3	Grupo 4	Grupo 5	Grupo 6
Tomate	Feijão	Galinha	Galinha	Galinha	Galinha
Galinha	Galinha	Carne	Bacon	Galinha	Carne
Carne	Galinha	Feijão	Carne	Carne	Legumes
Galinha	Galinha	Pimenta	Galinha	Galinha	Carne
		Carne	Carne	Carne	Tomate



Fonte: registros dos alunos (2022).

Após essa sistematização, eles apresentaram essa organização aos demais grupos no momento da socialização e, na sequência, o grupo foi convidado a analisar aquelas representações nos aspectos de normas de apresentação e coerência com a teoria estudada. Nesse momento, puderam ponderar a respeito do tamanho da fonte utilizada na apresentação, pois como estavam pequenas, dificultava a leitura e, também, sobre a quantidade de informações que tinham para interpretar. Em outras palavras, a escolha de um gráfico de setor para cada "tabela" construída (como compreendiam até então). Foi discutido que a escolha de "um gráfico de setor para cada 'tabela' construída" não seria o mais apropriado, pois considerando que o banco de dados era proveniente de uma pesquisa populacional e como os sabores de macarrão se repetiam, era possível descrevê-los em um único gráfico.

Com base na apresentação, realizaram também algumas interpretações como, com exceção do grupo 3 e 6, o sabor galinha foi o preferido entre os participantes da pesquisa, inclusive, elegido melhor que bacon.

Em uma aula posterior, dada a necessidade de discutir sobre os elementos que estruturavam esses modelos de representação dos dados, escolhidos por eles, realizei uma abordagem das características de tabelas e gráficos, considerando a sua elaboração em trabalhos acadêmicos. Entre as observações que pontuamos no contexto dessas aulas, estiveram a diferença entre tabela e quadro e a utilização do termo figura para fotos, imagens, gráficos e outros componentes utilizados na e para a apresentação de dados.

Caracterizamos a utilização de cada um deles segundo o banco de dados disponível, isto é, quando utilizar o que; debatemos sobre que tipo de informações deve conter em um título (*o que*, *como*, *onde* e *quando* os dados foram produzidos) e na fonte, bem como sobre elementos de formatação, por exemplo, o que deve estar com formatação em negrito, quando utilizar bordas laterais, iniciais maiúscula/minúscula, dois pontos (:), entre outros.

Cabe ressaltar que, durante essa exploração, ficou claro que esse conjunto de informações dizia respeito aos elementos que adotaríamos na disciplina, segundo algumas normas vigentes como aquelas estabelecidas pela Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT), mas foram orientados que deveriam estar sempre atentos às formatações preconizadas pelo órgão, o qual, por exemplo, a sua produção seria destinada para publicação.

Após esses encontros formativos com o auxílio de um material elaborado em *slides*, em que muitas dúvidas foram sanadas, solicitei que os grupos retomassem as suas produções e revisitassem os seus relatórios considerando aquilo que havíamos discutido. A orientação foi que se houvesse algum erro na elaboração das representações que eles criaram, que teriam a oportunidade de reconstruí-las e uma nova apresentação aconteceria.

Em particular, o grupo que pesquisou sobre o sabor do macarrão instantâneo e que apresentou os resultados da pesquisa conforme a Figura 1, apresentou, nessa segunda oportunidade, os seus dados utilizando outro tipo de representação, conforme é possível visualizar na Figura 2, a seguir:

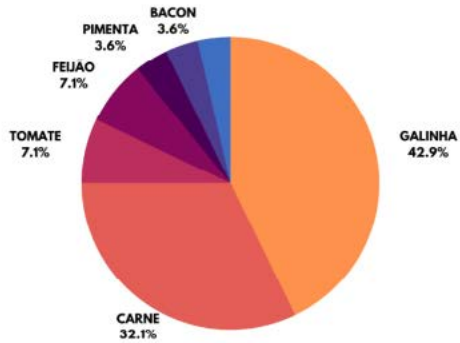
Figura 2 – Representações utilizadas pelo grupo para apresentar a pesquisa sobre a preferência de sabor do macarrão instantâneo por estudantes do 2º ano de Administração da UNESPAR (2022), após as aulas sobre elaboração de tabelas e gráficos.

Tabela: Resultados da preferência dos sabores de macarrão instantâneo geral da dos alunos do 2º ano turma B de Administração da Universidade Estadual do Paraná (Unespar), por ordem colocação.

Sabor	*Repetições*
Galinha	12
Carne	9
Tomate	2
Feijão	2
Pimenta	1
Bacon	1
Legumes	1

Fonte: Os autores

Figura 2: Resultados da preferência dos sabores de macarrão instantâneo dos alunos do 2º ano turma B de Administração da Universidade Estadual do Paraná (Unespar)



Fonte: Os autores

Fonte: adaptado do relatório apresentado pelo grupo (2022).

Justifico que a utilização de "Figura 2: Resultados da preferência..." indicando o gráfico é devido a ordem em que ele foi apresentado no contexto do relatório do grupo. Ainda que algumas observações ainda possam ser feitas nessas representações, por exemplo, os dados não estarem centralizados na tabela; carecer do ano no título e na fonte; e ausência do item legumes no gráfico; é possível identificar um avanço na construção apresentada em relação aos modelos anteriores, pois de quadros individuais (por grupos) para uma única tabela (e com bordas laterais abertas!) contabilizando a frequência dos sabores escolhidos; de seis pequenos gráficos para um único gráfico de setores, em que os dados foram representados em percentagem.

Quando os estudantes apresentaram esse gráfico, uma discussão frutífera foi desencadeada e que, na minha compreensão, foi o ponto de inflexão para que eles compreendessem a relação da variável em uma pesquisa com a representação dos dados referente a ela, desencadeada pela Modelagem Matemática. Ao representarem os dados utilizando o gráfico de setores, argumentaram sobre a possibilidade de transformação da variável nominal para uma variável quantitativa discreta porque, de algum modo, agora estavam apresentando em porcentagem.

Logo notei uma confusão entre variável e representação, indicando que apesar de eles terem compreendido o conceito de variável, ela não estava diretamente ligada à representação (o registro em si). Esse episódio foi oportuno, portanto, para caracterizar o que seria uma variável e a sua classificação e, ao mesmo tempo, diferenciá-la das possibilidades que temos para representá-la, quando explorada em contexto de uma pesquisa cuja análise seja estatística.

Num segundo momento, caminhamos para a interpretação dos dados referente aos modelos que estavam sendo apresentados, diferenciando também a interpretação no domínio da descrição e da inferência. Diante dessa oportunidade de explorar os conceitos a partir da pesquisa produzida pelos próprios estudantes, eles realizaram várias interpretações e, entre elas: *dos 7 sabores mencionados por essa população, a galinha foi coroada!*

Como cada um dos grupos apresentou um tema, os momentos favorecidos por essa abordagem com Modelagem Matemática foram oportunos para discussões tanto sobre elementos estruturantes dos modelos, quanto de interpretações sobre eles. Considerando que a experiência aqui compartilhada foi sobre o grupo que pesquisou sabores de macarrão instantâneo, na próxima seção trazemos à baila algumas reflexões que podem ampliar a investigação sobre esse tema.

CONVERSA COM QUEM GOSTA DE MODELAGEM MATEMÁTICA

A que ponto chegamos, no curso de Administração, coroar uma galinha. Um pouco inusitado, não acha? Mas, o que levou as pessoas a optarem por esse sabor? Essa é uma pergunta que pode ser desencadeada pela prática com Modelagem Matemática, quando exploramos, entre outras coisas, as circunstâncias, razões, aspectos históricos, sociais e econômicos sobre o tema, no contexto da experiência.

Você sabia que tudo começou na China, mas foram os japoneses os responsáveis pela disseminação do famoso miojo? *"Em 25 de* *agosto de 1958, foi lançado o Chikin Ramen, um macarrão instantâneo à base de farinha de trigo que continha na massa alguns elementos que serviam para imitar o sabor de um caldo de lámen feito com frango (Só depois viria o pozinho com essa mesma função)"* (MATHIAS, 2022). Essa reportagem que traz inúmeras curiosidades a respeito da história, do marketing e de informações atuais, inclusive, algumas excelentes provocações: **Será que o miojo é tão mais rápido assim que outras massas? Será que o miojo é assim tão mais barato que outras massas?** (MATHIAS, 2022).

SCAN ME

Para ter acesso a esse conteúdo, basta acessar via QR-Code:

Figura 3 – Matéria publicada pelo Joio e o Trigo: Jornalismo investigativo sobre alimentação, saúde e poder (2022).

Fonte: Mathias (2022).

Esse conteúdo pode ensejar inúmeras práticas matemáticas associadas à Modelagem Matemática, inclusive, algumas delas me inspiraram e são indicadas aqui, nessa conversa com você que gosta de Modelagem Matemática. Mas o interessante é que em Estatística investigações, justificativas entre outros assuntos a serem refletidos podem demandar novas pesquisas e, prontamente, conduziram à elaboração de novos modelos. Isso é genial, não acha?!

Embora a galinha tenha sido coroada, esse estranhamento desaparece na medida em que passamos a compreender o processo de ensino e de aprendizagem como dialógico. Quando os estudantes se tornam protagonistas, capazes de atribuir significados àquilo que estudam, qualquer aproximação com a realidade não é mera coincidência. Pesquisar sobre o sabor de macarrão instantâneo foi um caminho que lhes permitiu aproximar-se de conceitos em Estatística. Entendo que, por meio desse tema, muitos outros caminhos se abrem, aliás, preparar um macarrão instantâneo é rápido, saboroso e basta três minutos para estar pronto!

Retomando um dos aspectos supracitados, a questão financeira, uma possibilidade para a abordagem de conceitos elementares como, medidas de posição em Estatística seria começar pela escolha do macarrão, em função da variação de valores correspondentes às diferentes marcas (o que poderia constituir uma atividade de Modelagem Matemática abordando Matemática Financeira):

Figura 4 – Marcas e valores de macarrão instantâneo consultados em um supermercado atacado localizando na cidade de Maringá-PR (2022).

Fonte: o autor (2022).

Essas variedades de marcas e valores podem se tornar objeto de pesquisa dos estudantes segundo uma proposta de consulta e registro para ser trabalhado em sala de aula, ainda com abertura para discutir (ou não) sobre a compra ocorrer por atacado ou varejo. Nesse sentido, uma consulta poderia ser realizada pelos estudantes e ao levarem os registros para juntar-se aos dos demais colegas, um cálculo da média aritmética, moda e mediada, poderia ser realizado. **Qual seria a melhor medida para representar o valor do macarrão instantâneo de tal amostra?** O que cada uma representa?

Essa seria uma possibilidade para o trabalho com a Modelagem Matemática aliada ao currículo, por exemplo, que é um dos impasses que a literatura nos mostra sobre a presença dela no contexto das práticas educativas, sobretudo, na Educação Básica.

Por falar em expandir esse tema, eis que temos uma nova pesquisa envolvendo Estatística. O problema está lançado: **Você já saboreou um macarrão instantâneo preparado em 3 minutos?** Se sim, o que achou? Considera um tempo suficiente para deixar o produto a seu gosto?

De algum modo, essas indagações podem conduzir ao que Lopes (2004, p. 86) sugere: "[...] definição da questões-problema; coleta de dados; representação dos dados; interpretação dos dados e elaboração de deduções" que, na prática com Modelagem Matemática faria parte da simplificação, matematização e resolução da situação.

Veja que essas indagações podem promover algumas reflexões matemáticas e reflexivas, pois, dependendo da marca, do volume de água para o cozimento e da intensidade das chamas no fogão, esse prato preparado em 3 minutos pode se tornar inviável para o consumo. Mas, e se o preparo ocorrer no micro-ondas, tem alguma alteração no preparo? Algumas hipóteses simplificadoras podem ser estabelecidas para que essa investigação seja desenvolvida.

E assim a investigação acerca do sabor de macarrão instantâneo nos convida a conjecturar outras possibilidades de práticas que se aproximam da Modelagem Matemática, por exemplo, considerando esses 3 minutos, uma nova pesquisa envolvendo o tempo de cozimento poderia ser realizada. Que tal desenvolver uma prática experimental para problematizar isso? Já pensou levar os estudantes em uma cozinha experimental para o preparo do macarrão instantâneo? Não tem espaço físico disponível na instituição? Uma boa orientação sobre como devem proceder em casa (com/sem ajuda de um responsável), também pode contribuir com a coleta de dados. Veja que agora os holofotes se voltam para o preparo do macarrão instantâneo.

Coloque água na panela (que quantidade?), acenda o fogo, verifique a intensidade das chamas e deixe-a ferver. Abra a embalagem do macarrão e o coloque na água fervente e cozinhe (quanto tempo?).
Ah, será que a intensidade das chamas pode ser desprezada? Cronometre o tempo e anote. Misture o tempero e pronto!

Veja que essa prática, ao ser realizada coletivamente, demanda algumas tomadas de decisões que envolve negociação e o trabalho coletivo na produção de saborosos pratos. Saborosos porque há quem considere um “algo a mais” no seu macarrão, acrescentando um legume, um bacon... afinal, quem é que não gosta de um macarrão instantâneo *gourmet*? Essas são tomadas de decisões coletivas que, na prática, além de alterar o sabor, modificará também as representações que “descreverão” tal fenômeno.

Investindo nesse tempo de cozimento, uma possibilidade seria reunir os possíveis dados e organizar o rol. Dependendo do número de pessoas, o trabalho com intervalo de classes se torna uma excelente alternativa para organizar esses dados, afinal, dependendo do contexto, uma tabela com mais de 7 linhas torna-se inviável para a apresentação de dados. Limite superior e limite inferior da classe, número de intervalos, amplitude da classe são alguns dos conceitos que podem ser explorados com essa prática, sem contar a representação gráfica como, histograma, polígono de frequências e ogiva e as interpretações oportunizadas por essas representações.

Estendendo o assunto, medidas de posição e de dispersão também poderiam ser exploradas, até porque, certamente, a curiosidade sobre a média do tempo de cozimento estimado por esta experiência é representativa desta população? Aqui estamos falando de Coeficiente de Variação. Desse modo, vamos explorando os vários conceitos por meio de uma prática que ao iniciar, mesmo timidamente, se torna gigante quanto às suas possibilidades.

Para finalizar, outros pratos também podem se tornar o "carro chefe" dessa experiência gastronômica, por exemplo, que outros tipos de pratos são possíveis com macarrão instantâneo? Lasanha de macarrão instantâneo? "HUMM... Que fome!" O que demandaria nesse preparo? Como conceitos estatísticos podem orientar a exploração desses outros temas?

Mendonça e Lopes (2011) argumentaram que as relações entre a Modelagem Matemática e as didáticas em Estatística são convergentes e, do mesmo modo, Campos, Wodewotzki e Jacobini (2011), sugerem a primeira ser apropriada para a constituição de ambientes que oferecem condições de os estudantes progredirem nos assuntos que evolvem a segunda. Nesse sentido, com uma dose de criatividade (igual a usada no preparo do macarrão *gourmet*) e flexibilidade (igual ao estado físico do macarrão após o cozimento) no planejamento, práticas apoiadas na Modelagem Matemática tornam-se caminhos para ensinar e aprender Estatística.

Depois dessa escrita reflexiva, fiquei é com vontade de realizar um concurso gastronômico e você?! Então fica o convite para explorar as indicações aqui compartilhadas, adaptá-las ou (re)criar novas oportunidades para a prática pedagógica. Mas é importante lembrar que, em meio a todas as ideias que borbulharam até aqui, não podemos deixar de discutir sobre a alimentação saudável no tocante ao tema macarrão instantâneo. Compreendo que esse é o papel da Modelagem Matemática, despertar a conscientização e criticidade para melhores condições da vida humana. **Como o macarrão instantâneo afeta a minha vida?** Eis aí, um novo problema de Modelagem Matemática!

REFERÊNCIAS

BARBOSA, J. C. Modelagem Matemática: O que é? Por que? Como? **Veritati.** [S.l], n. 4, p. 73- 80, 2004.

CAMPOS, C. R. et al. **Educação estatística:** teoria e prática em ambientes de modelagem matemática. Belo Horizonte: Autêntica, 2011.

LOPES, A. E. C. Literacia estatística e o INAF 2002. In: FONSECA, M. C. (Org.). **Letramento no Brasil**: habilidades matemáticas. São Paulo: Global, 2004. p. 187-197.

MATHIAS, M. Como o Miojo se disfarçou de tudo aquilo que não é. **O joio e o trigo**: jornalismo investigativo sobre alimentação, saúde e poder, 2022.

MENDONÇA, L. O.; LOPES, C. E. Modelagem Matemática: um ambiente de aprendizagem para a implantação da Educação Estatística no Ensino Médio. **Bolema**, v. 24, n. 40, p. 701-724, dez 2011.

Sobre os autores

Adriana Romano da Silva - Formada em Pedagogia e Psicopedagogia pela Faculdade Unissa de Sarandi.

Aline Loise Martins - Doutoranda em Educação para a Ciência e a Matemática (PCM) pela Universidade Estadual de Maringá (UEM). Mestre pelo Programa de Pós-Graduação em Rede Nacional para Ensino das Ciências Ambientais pela UEM. Graduada em Agronomia pelo Integrado Colégio e Faculdade de Campo Mourão – PR. Membra do Grupo Interdisciplinar de Estudos em Modelagem na Educação Matemática (GIEMEM). E-mail: alineloisem@gmail.com.

Ana Carolina Rolim de Freitas - graduada em Matemática pela Universidade Estadual de Londrina (UEL), Mestranda pelo Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência e a Matemática pela Universidade Estadual de Maringá (UEM). E-mail: carolinahana55@gmail.com

Ana Caroline Frigéri Barboza - Licenciada em Matemática pela Universidade Estadual de Maringá - UEM (2018). Mestra pelo Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência e a Matemática da UEM (2021). Integrante do Grupo de Estudos em História da Matemática e Educação Matemática - GHMEM e integrante do Grupo Interdisciplinar de Estudos em Modelagem na Educação Matemática - GIEMEM, ambos vinculados à UEM.

Ana Caroline Zampirolli - graduada em Matemática pela Universidade Estadual de Maringá - UEM - (2017). Mestra pelo Programa de Pós Graduação em Educação para a Ciência e a Matemática - PCM - (2020). Atualmente é doutoranda, no mesmo programa. Participa do Grupo Interdisciplinar de Estudos em Modelagem Matemática na Educação Matemática - GIEMEM e estuda sobre Modelagem Matemática na Educação Infantil.

Bárbara Cândido Braz - Professora da UFPR/Jandaia do Sul; Doutora e Mestra em Educação para a Ciência e a Matemática pelo Programa de Pós-graduação em Educação para a Ciência e a Matemática (PCM) da UEM; Licenciada em Matemática pela Unespar/Campo Mourão; Professora do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências, Educação Matemática e Tecnologias Educativas na UFPR/Setor Palotina.

Camila Bonini Araújo Cassoli - Licenciada em Ciências Exatas - Matemática pela UFPR/Jandaia do Sul; Mestra em Educação Matemática pelo Programa de Pós Graduação em Educação Matemática (PRPGEM) da Unespar. Professora da Educação Básica nas redes pública e particular de ensino no Paraná.

Damares Luiz da Costa Barbosa - Formada em Pedagogia pelo Centro Universitário de Maringá-Cesumar. Especialização em Arte e Educação pelo Instituto Paranaense de Ensino.

Daniela Barbieri Vidotti - Graduada em Matemática pela Faculdade Estadual de Educação Ciências e Letras de Paranavaí (FAFIPA), Mestre em Matemática pela Universidade Estadual de Maringá (UEM) e Doutora em Educação para a Ciência e a Matemática pela UEM. Atualmente é Professora Adjunta no Colegiado de Matemática da Universidade Estadual do Paraná (UNESPAR) - Campus de Paranavaí. E-mail: dnbarbieri@hotmail.com

Eduardo Mateus Guimarães Rossi - Habilitado pelo curso de Formação de Docentes pelo Colégio Estadual José Sarmento Filho (2014). Graduado em licenciatura em Matemática pela UNESPAR- Campo Mourão (2019). Lecionou como professor de Matemática nos Anos Finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio pela SEED-PR (2016), bem como atuou na Educação Infantil, pela rede municipal de ensino da Prefeitura Municipal de Campo Mourão (2017-2021). Atualmente é graduando de bacharel em Filosofia pela PUC - Maringá.

Emilly Gonzales Jolandek - Doutoranda em Educação para a Ciência (PCM) e a Matemática pela Universidade Estadual de Maringá (UEM). Mestre em Ensino de Ciências e Educação Matemática pela Universidade Estadual de Ponta Grossa (UEPG). Licenciada em Matemática pela UEPG. Membra do Grupo Interdisciplinar de Estudos em Modelagem na Educação Matemática (GIEMEM) - UEM. Bolsista CAPES. E-mail: emillyjolandek@gmail.com.

Érica Gambarotto Jardim Bergamim - Licenciada em Matemática pela Faculdade de Apucarana (2013). Mestra em Matemática pelo PROFMAT da Universidade Estadual de Maringá - UEM (2018). Doutoranda em Educação para a Ciência e a Matemática, integrante do Grupo de Estudos em História da Matemática e Educação Matemática e do Grupo Interdisciplinar de Estudos em Modelagem na Educação Matemática, ambos vinculados à UEM.

Flavia Pollyany Teodoro - Graduada em Matemática pela Universidade Estadual do Paraná - Campus de Campo Mourão (2014). Mestra e Doutora pelo Programa de Pós Graduação em Educação para a Ciência e a Matemática, da UEM, (2018/2022). Participa do Grupo Interdisciplinar de Estudos e Pesquisas em Modelagem Matemática na Educação Matemática - GIEMEM e estuda sobre Modelagem Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Gabrielly Giovana Pereira Senes - Mestranda no Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência e a Matemática na Universidade Estadual de Maringá; Licenciada em Ciências Exatas – Matemática pela Universidade Federal do Paraná; Membro do GIEMEM.

Irinelsa Aparecida de Oliveira - Licenciada em Ciências de 1ºgrau e Matemática pela Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras de Mandaguari. Especialização em Didática e Metodologia de Ensino (UNOPAR), Educação Matemática (FAFIMAN), Alfabetização Matemática (EAD São Brás) e Gestão Escolar (Eficaz).

Isadora Semensato Razaboni - Ensino Médio concluído no Colégio Estadual José de Anchieta CEJA - Borrazópolis. Graduanda do curso de Licenciatura em Ciências Exatas, com área de formação em Matemática pela UFPR/Jandaia do Sul. Bolsista no projeto extensionista Ágora/UFPR Jandaia do Sul.

Juliana Caroline Bonini Romagnoli - Ensino Médio concluído no Colégio Estadual Carlos Silva; Graduanda do curso de Licenciatura em Ciências Exatas, com habilitação em Matemática pela UFPR/Jandaia do Sul. Bolsista no projeto de extensão Ágora/UFPR Jandaia do Sul.

Letícia Fagundes Triguero - Graduada em Matemática pela Universidade Estadual de Maringá (2019). Graduada em Pedagogia pela Faculdade de Tecnologia e Ciências do Norte do Paraná (2022). Mestra pelo Programa de Pós Graduação em Educação para a Ciência e a Matemática - UEM (2020/2022). Doutoranda pelo Programa de Pós Graduação em Educação para a Ciência e a Matemática - PCM - UEM.

Lilian Akemi Kato - é graduada em Matemática pela UEM (1992), mestre em Matemática pela Universidade de São Paulo (1996) e doutora em Matemática Aplicada pela Universidade Estadual de Campinas (2004). Atualmente é professora associada da UEM atuando como docente no Departamento de Matemática e no PCM e coordenadora do GIEMEM. Atua na área de Matemática, com ênfase em Biomatemática, principalmente com os seguintes temas: Modelagem Matemática e ensino de Ciências e Educação Matemática. E-mail: lilianakemikato@gmail.com

Lilian Charleaux Mendes - Graduada em Química Licenciatura pela UEL, Graduanda do curso de Licenciatura em Ciências Exatas, com habilitação em Matemática pela UFPR/Jandaia do Sul. Professora da Educação Básica nas redes pública e particular de ensino no Paraná.

Manuel Jesus Mamani Lopez - Graduado em Engenharia em Informática pela Universidade Continental (Peru, 2009) e graduado como Professor de Matemática pela Universidade "Nacional del Centro del Peru" (Peru, 2009). Mestre em Gestão Educativa (UNCP, Peru, 2007). Mestre em Tecnologia (UTFPR, Brasil, 2016). Doutorando pelo Programa de Pós-graduação em Educação para a Ciência e a Matemática da Universidade Estadual de Maringá (UEM).

Maria Gabrieli Rosa Jofre - Ensino Médio concluído no CEEBJA - Jandaia do Sul no curso de Formação de Docentes da Educação Infantil e Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Graduanda do curso de Licenciatura em Ciências Exatas, com habilitação em Matemática pela UFPR/Jandaia do Sul. Bolsista no projeto de extensão Ágora/UFPR Jandaia do Sul.

Maria Isabela Galvani Zussa - Licenciada em Matemática pela UEM. Membra do Grupo Interdisciplinar de Estudos em Modelagem na Educação Matemática (GIEMEM) - UEM. E-mail: mzussa123@gmail.com.

Michele Carvalho de Barros - Professora adjunta da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR), campus Campo Mourão. Doutora em Educação para a Ciência e a Matemática pelo Programa de Pós-graduação em Educação para a Ciência e a Matemática da Universidade Estadual de Maringá (UEM). Membro do GIEMEM.

Neli Francisca Pereira - Licenciada em Pedagogia pela Faculdade Unissa de Sarandi. Especialista em Atendimento Educacional Especializado pela Faculdade Instituto Superior de Educação do Paraná e Especialista em Gestão escolar pela Faculdade São Braz.

Paula Renata Pedroso Avanço Ferreira - Graduada em Licenciatura em Matemática pela UNESPAR/Campus de Campo Mourão. Graduada em Pedagogia pela Unicesumar. Atualmente atua como Educadora na pré-escola e está cursando mestrado no programa de pós-graduação em Educação para a Ciência e a Matemática – UEM.

Paulo Henrique Hideki Araki - Doutorando em Educação para a Ciência e a Matemática pela Universidade Estadual de Maringá (UEM). Mestre em Ensino de Matemática pela Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR).

Priscila Amara Patricio de Melo - Professora adjunta da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR), campus Campo Mourão. Doutoranda em Educação para a Ciência e a Matemática pelo Programa de Pós-graduação em Educação para a Ciência e a Matemática da Universidade Estadual de Maringá (UEM). Membro do GIEMEM.

Samara do Nascimento Dubian - Licenciada em Matemática pela UEM. Membra do Grupo Interdisciplinar de Estudos em Modelagem na Educação Matemática (GIEMEM) - UEM. E-mail: samaradubian@gmail.com

Tânia de Carvalho - Licenciada em Pedagogia pela Universidade Metropolitana de Santos (UNIMES). Especialista em Psicopedagogia Institucional e Clínica pela Faculdade São Braz.

Thayná Félix dos Santos - Licenciada em Ciências Exatas - Matemática pela UFPR/Jandaia do Sul; Mestra em Educação Matemática pelo Programa de Pós Graduação em Educação Matemática (PRPGEM) da Unespar. Professora da Educação Básica na rede pública do Paraná.

Wellington Piveta Oliveira - Doutor em Educação para a Ciência e a Matemática no Programa de Pós-graduação em Educação para a Ciência e a Matemática da Universidade Estadual de Maringá (UEM). Atualmente é professor colaborador no colegiado de Matemática da Universidade Estadual do Paraná (UNESPAR), campus de Paranavaí.

Esta obra retrata um pouco do percurso do Grupo Interdisciplinar de Estudos em Modelagem na Educação Matemática – GIEMEM – da Universidade Estadual de Maringá. Com foco no desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática para favorecer o ensino e a aprendizagem, nos diversos níveis e contextos de ensino, os capítulos retratam alguns dos diversos trabalhos que foram criados, orientados, adaptados ou conduzidos pelos seus integrantes.